

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית, הסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - (3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

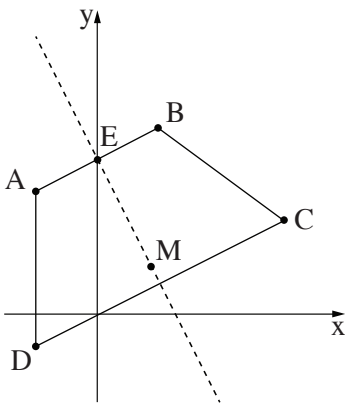
השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית, הסתברות

1. רותי יצאה מביתה בשעה 7:00 והתחילה ללכת במהירות קבועה אל הבית של דודתה.
אם הייתה רותי ממשיכה ללכת באותה המהירות, היא הייתה מגיעה לבית של דודתה בדיוק בשעה 9:00.
אבל, אחרי שעברה רבע מן הדרך, היא עצרה לנוח למשך חצי שעה. אחר כך היא המשיכה ללכת במהירות קבועה הגדולה ממהירותה ההתחלתית ב-0.6 קמ"ש. רותי הגיעה לבית של דודתה בשעה 9:21.
- א. מה הייתה המהירות שבה התחילה רותי ללכת כשיצאה מביתה?
ב. מהו המרחק בין הבית של רותי ובין הבית של דודתה?
ג. באיזו שעה הגיעה רותי לאמצע הדרך?

2. המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא טרפז שווה שוקיים, $AB \parallel DC$, $AD = BC$.
הנקודה E היא אמצע הצלע AB.



משוואת האנך לצלע AB העובר דרך הנקודה E היא $y = -2x + 5$.

- א. (1) מצאו את משוואת AB.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.
נתון: $B(2, 6)$, $C(6, 3)$.
- ב. (1) מצאו את אורך השוק BC.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M נמצאת על האנך הנתון ומתקיים: $AM = DM$.

- ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.
ד. מצאו את שטח המשולש ADM.

3. בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:

15 עפרונות כחולים,

4 עפרונות אדומים,

6 עפרונות צהובים.

דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.

אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.

לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות **באותו הצבע**?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים **או** שני עפרונות צהובים?

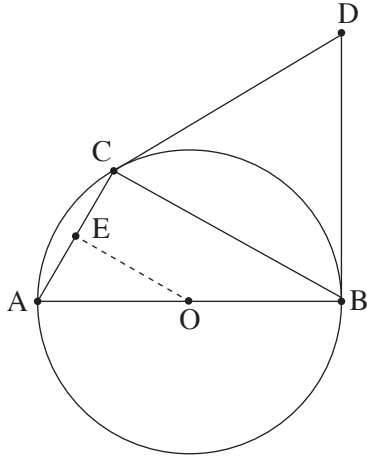
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו- 3 עפרונות צהובים.

לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

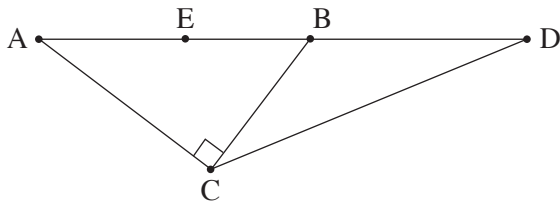
נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא $\frac{1}{40}$.

ג. מצאו את x .

פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור



4. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
 AB הוא קוטר במעגל.
 הנקודה E היא אמצע הצלע AC (ראו סרטוט).
 א. הוכיחו: $OE \perp AC$.
 ב. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle AOE$.
 ג. פי כמה גדול שטח המרובע BCEO משטח המשולש AOE? נמקו.
 נתון: AC שווה לרדיוס המעגל.
 המשיקים למעגל בנקודות B ו-C נפגשים בנקודה D.
 ג. הוכיחו: משולש BDC הוא שווה צלעות.
 נתון: רדיוס המעגל הוא 10.
 ד. מצאו את שטח המשולש OCD.



5. המשולש ABC הוא ישר זווית, $\sphericalangle ACB = 90^\circ$.
 הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
 נתון: $BC = 0.75 \cdot AC$.
 א. מצאו את גודל הזווית CBD.
 נתון: $AB = 20$, $BD = 16$.
 ב. מצאו את אורך DC.
 הנקודה E נמצאת על הקטע AB ומתקיים: $DC = DE$.
 ג. מצאו את שטח המשולש EDC.
 ד. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC.

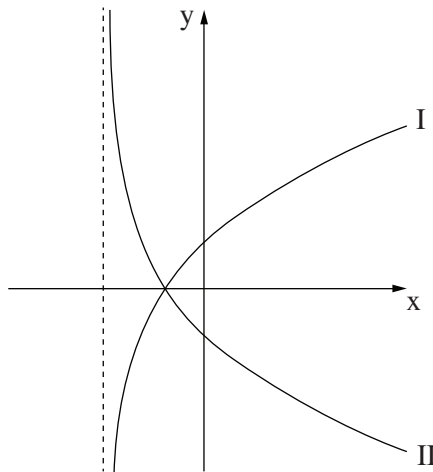
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

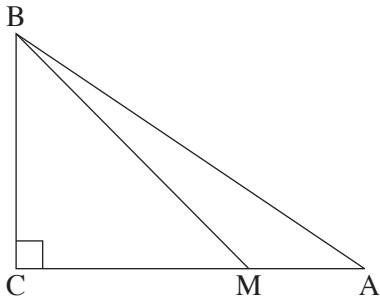
6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 - (5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת $g'(x) = f(x)$. לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x + 6}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקצייה $g(x) = -f'(x)$.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
 - ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 5$ ועל ידי ציר ה- x .





8. ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 162.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $MC = 2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x .

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M

משלושת קודקודי המשולש $(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום $MA^2 + MB^2 + MC^2$ הוא 675? נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!