מבוא להנדסת המישור

א. עשרה מושגים ראשונים

1. **<u>הנדסת המישור (גיאומטריה של המישור)</u>** - אחד מענפי המתמטיקה העתיקים ביותר, מקורו ביוון העתיקה. פירוש המילה **"גיאומטריה"** ביוונית הוא מדידת האדמה. "גיאו" פירושו אדמה ו-"מטר" פירושו מדידה. אבי תורת הגיאומטריה הוא אוקלידס שהיה מגדולי המתמטיקאים בכל הזמנים, ולכן הגיאומטריה של המישור נקראת גם **"גיאומטריה אוקלידית"**. ב**הנדסת המישור** נעסוק בחקר של נקודות, קווים ישרים ומגוון צורות.

2. **<u>מהי הגדרה?</u>** - תיאורו של מושג חדש המבדיל אותו מאחרים נקרא **הגדרה**. הסברת מושג כלשהו בשפה של מושגים הידועים לנו קודם לכן נקראת **הגדרה**.

3. **<u>מהו מושג יסודי?</u>** - מושג שאין צורך להגדיר אותו נקרא **מושג יסודי**. המשמעות של **מושג יסודי** ברורה על פי המאפיינים שלו.

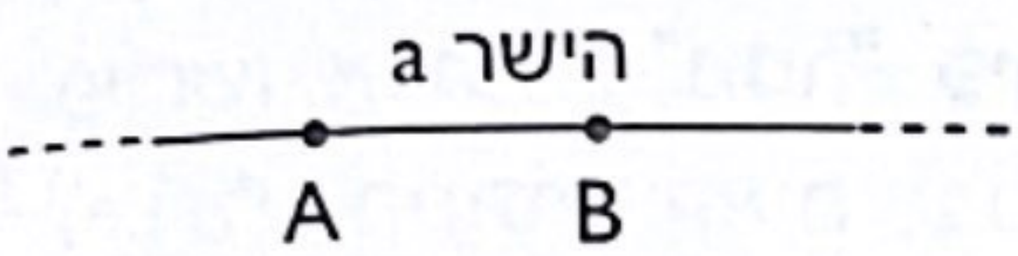
4. **<u>מהם המושגים היסודיים בהנדסת המישור?</u>** - שלושת המושגים היסודיים המקובלים בהנדסת המישור הם: (1) נקודה
(2) קו ישר
(3) מישור

5. **<u>מהי נקודה?</u>** - המושג היסודי הראשון בהנדסת המישור נקרא **נקודה**. היא מציינת מיקום במרחב, **הנקודה** חסרת אורך וחסרת רוחב. נקודה הנדסית היא הצורה המצטיירת במוחו של אדם האומר: **"נקודה"**. נקודות הנדסיות מסומנות על ידי אותיות לטיניות גדולות כגון A,B,C וכו'.

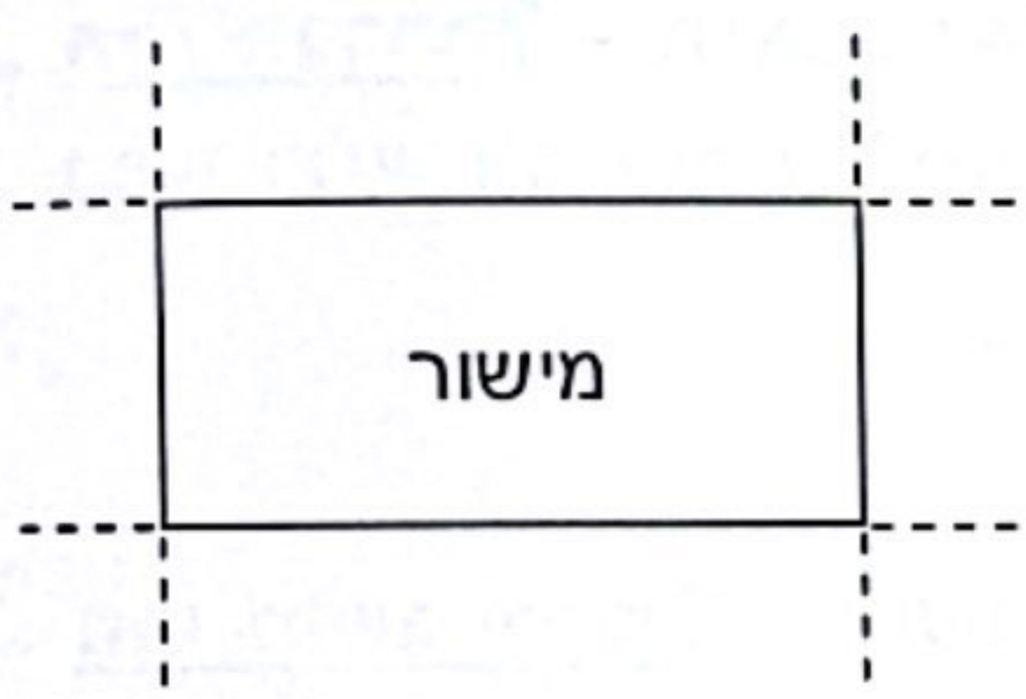
6. **מהו קו ישר?** - המושג היסודי השני בהנדסת המישור נקרא **קו ישר**. הוא חסר רוחב וחסר עובי, **קו ישר** מצטייר במוחו של אדם האומר: **"קו ישר"**. הקו הישר מכיל אין-סוף נקודות הנדסיות.

נהוג לשרטט קו ישר בעזרת סרגל. הישרים מסומנים על ידי אותיות לטיניות קטנות כגון: a,b,c וכו'. אפשר לסמן קו ישר גם על ידי שתי אותיות לטיניות גדולות אם הן מציינות שתי נקודות שונות הנמצאות על הקו הישר.

בשרטוט:
הקו הישר סומן על ידי האות a, נאמר: "הישר a". כמו כן, נבחין כי הנקודות A ו- B נמצאות על הקו הישר, ולכן ניתן גם לומר: "הישר AB". קו ישר הנדסי נמשך משני צדדיו עד אין סוף ולכן הוספנו שלושה קווים ישרים קטנים (קווים מרוסקים) משני צדדיו של הישר.



7. **מהו מישור?** - המושג היסודי השלישי בהנדסת המישור נקרא **מישור**. **המישור** חסר עובי, הוא בעל אורך ובעל רוחב, ולכן הוא דו מימדי. נצייר במוחנו דף נייר מלבני המשתרע בלי סוף מארבעת הכיוונים שלו, המוצג המתקבל בתודעתנו נקרא **מישור**.



8. **מהו משפט?** - טענה שניתן להוכיח אותה נקראת **משפט**. המשפט מורכב משני חלקים: תנאים ומסקנות. בחלקו הראשון, יובאו התנאים הנדרשים לקיומו ואילו בחלקו השני, יובאו המסקנות הנובעות מהתנאים הללו.

דוגמה: אם משולש הוא שווה שוקיים אז זוויות הבסיס שלו שוות זו לזו. התנאים במשפט זה הם משולש שהוא שווה שוקיים והמסקנה הנובעת מהם היא כי שתי זוויות הבסיס של המשולש שווה השוקיים, שוות זו לזו.

◄**הערה:** לכל טענה יש בהכרח טענה ההפוכה לה. נדגיש, כי אם טענה כלשהי נכונה, אין זה אומר שהטענה ההפוכה לה נכונה בהכרח. הגדרנו את המונח **משפט** כטענה הניתנת להוכחה, נחדד, כי אם ניתן להוכיח טענה הפוכה למשפט כלשהו אז הטענה ההפוכה, אף היא משפט.

9. <u>מהו משפט הפוך?</u> - משפט הוגדר כטענה שניתן להוכיח אותה, כך גם משפט הפוך. משפט מורכב משני חלקים: האחד, התנאים הנדרשים לקיומו, והשני, המסקנות הנובעות מתנאים אלה. אם נחליף בין שני חלקי המשפט (במידת האפשר), כלומר התנאים יהפכו למסקנות ואילו המסקנות יהפכו לתנאים, אז נקבל **משפט הפוך** למשפט הנתון. כדי להבין זאת כראוי נחזור לדוגמה שהובאה תחת הגדרת המושג: "משפט". "אם משולש הוא שווה שוקיים אז זוויות הבסיס שלו שוות זו לזו", ננסח משפט הפוך למשפט זה כך: "אם במשולש יש שתי זוויות השוות זו לזו אז המשולש הוא שווה שוקיים".

10. <u>מהי אקסיומה? מהו משפט יסודי?</u> - מקורה של המילה "אקסיומה" הוא ביוון העתיקה, פירוש המילה הוא "עיקרון מובן מאליו". טענה שלא ניתן להוכיח אותה נקראת **משפט יסודי**. יתר על כן, משפט יסודי הוא טענה שאין צורך להוכיח אותה, הרי הדבר לא אפשרי. משום שאין משפטים הקודמים למשפט יסודי. דוגמה: דרך שתי נקודות כלשהן עובר בדיוק ישר אחד ויחיד. משפט זה הוא יסודי, לא ניתן להוכיח את נכונותו כיוון שאין משפטים הקודמים לו.

◄הערה:

מומלץ לזכור את שני המושגים "משפט" ו-"משפט יסודי (אקסיומה)" כך:

משפט – טענה **הניתנת** להוכחה.

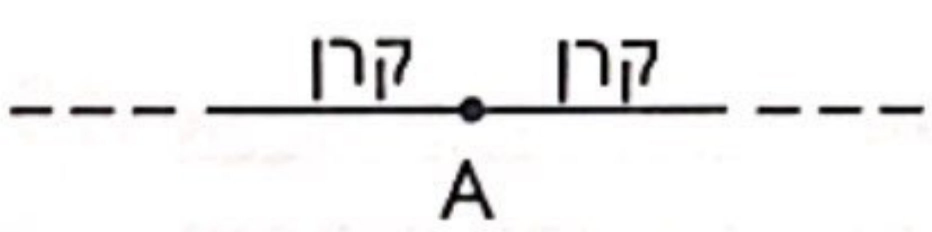
משפט יסודי (אקסיומה) – טענה **שלא ניתנת** להוכחה.

ב. הישר וחלקיו

11. <u>קרן</u> - חלק מקו ישר המוגבל מצידו האחד על ידי נקודה נקרא **קרן**. הנקודה המגבילה את הקרן מצידה האחד נקראת: **קצה הקרן**.

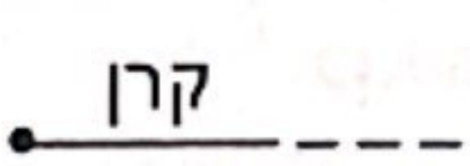
בשרטוט:

הנקודה A נמצאת על הקו הישר והיא מחלקת אותו לשני חלקים. כל אחד מן החלקים נקרא קרן, נאמר כי הנקודה A מחלקת את הקו הישר לשתי **קרניים**, והיא נקודת הקצה של כל אחת מהקרניים.



◄הערה:

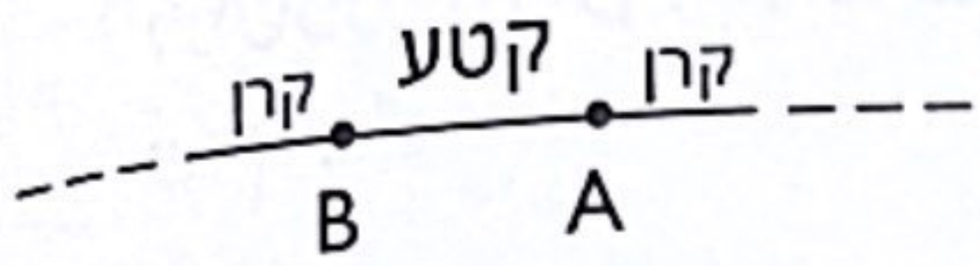
קל לזכור כי קרן היא חלק מקו ישר, יש לה נקודת התחלה ואין לה סוף.



12. __קטע__ - חלק מקו ישר המוגבל משני צדדיו על ידי שתי נקודות נקרא **קטע**. שתי הנקודות המגבילות את הקטע משני צדדיו נקראות קצות הקטע, כל אחת מהן נקראת קצה הקטע. קטעים מסומנים על ידי שתי אותיות לטיניות גדולות המציינות את הקצוות שלהם.

בשרטוט:

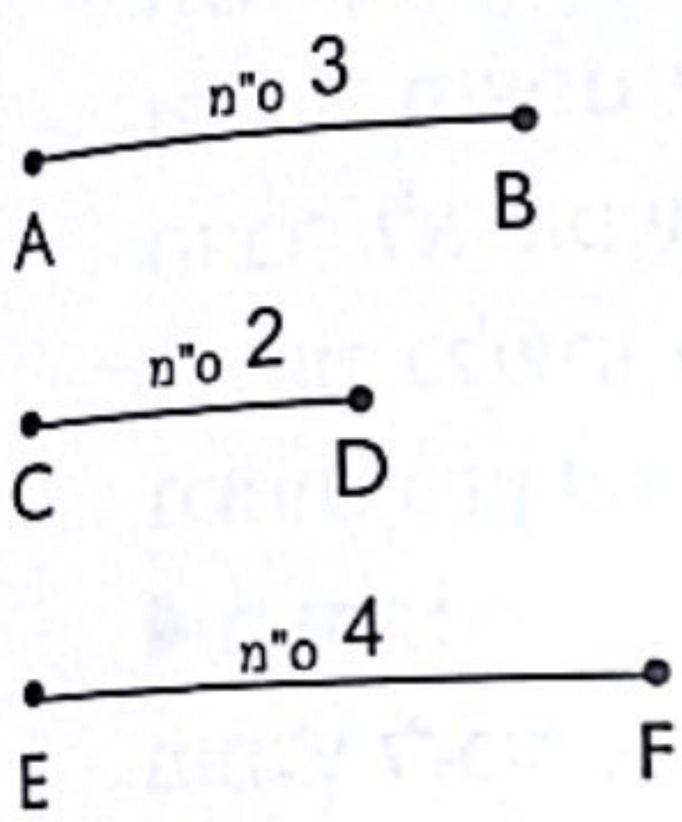
הנקודות A ו- B נמצאות על הקו הישר והן מחלקות אותו לשלושה חלקים. החלק הימני הוא קרן שנקודת הקצה שלה היא A, החלק השמאלי הוא קרן שנקודת הקצה שלה היא B ואילו החלק האמצעי הוא **קטע** שנקודות הקצה שלו הן A ו- B.



13. __מדידת קטעים__ - אורכי הקטעים נמדדים ביחידות אורך כגון: מ"מ, ס"מ, מטר וכו'.

בשרטוט:

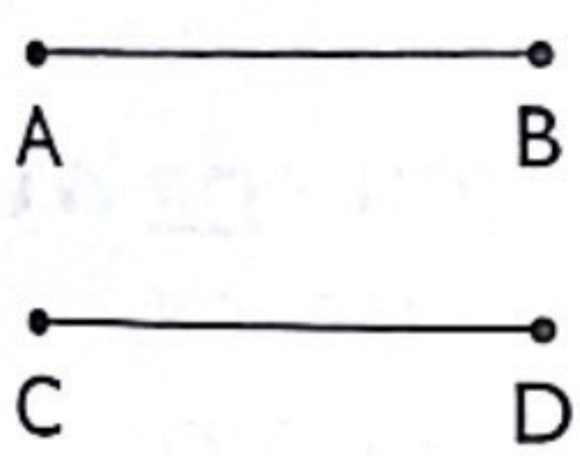
אורך הקטע AB הוא 3 ס"מ, אורך הקטע CD הוא 2 ס"מ ואורך הקטע EF הוא 4 ס"מ. נכתוב זאת בקצרה כך: 3 ס"מ=AB, 2 ס"מ=CD ו- 4 ס"מ =EF.



14. __שוויון קטעים__ - שני קטעים שאורכם זהה נקראים קטעים שווים.

בשרטוט:

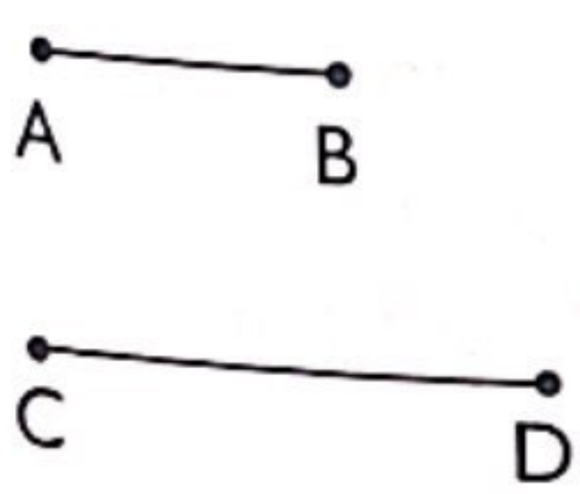
אורכי הקטעים AB ו- CD זהים, לכן נאמר: "הקטעים AB ו-CD שווים זה לזה", נכתוב זאת כך: AB=CD.



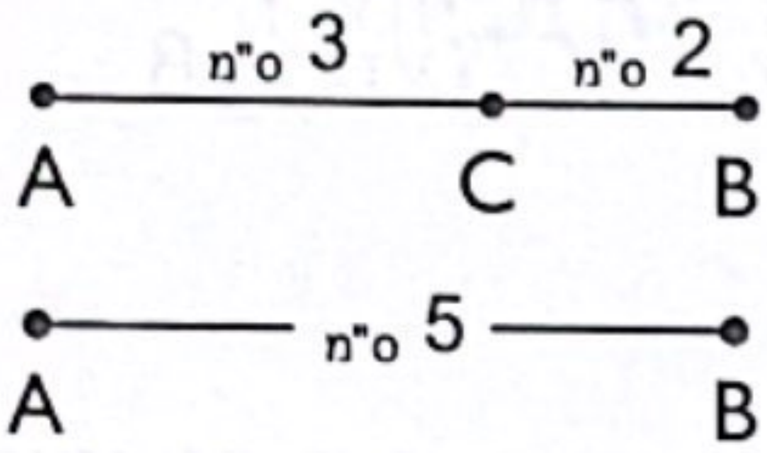
15. __אי שוויון קטעים__ - שני קטעים שאורכם אינו זהה הם קטעים השונים זה מזה. כאן, נאמר כי אחד הקטעים ארוך יותר מן הקטע השני.

בשרטוט:

אורכו של הקטע AB שונה מאורכו של הקטע CD. יתר על כן, הקטע CD ארוך יותר מהקטע AB, נאמר כי: "CD גדול מ- AB", נכתוב זאת כך: CD>AB (יש לקרוא את שכתבנו משמאל לימין).



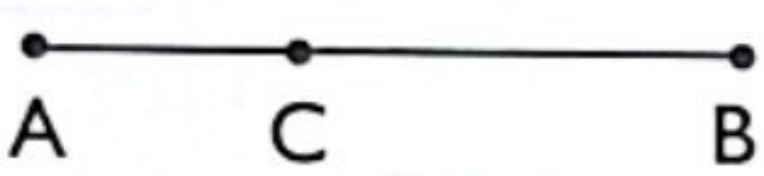
16. <u>**חיבור קטעים**</u> - הנקודה C נמצאת על הקטע AB שאורכו 5 ס"מ. הנקודה C מחלקת את הקטע AB לשני קטעים, AC ו- BC. אורכו של הקטע AC הוא 3 ס"מ ואורכו של הקטע BC הוא 2 ס"מ.



בשרטוט: סכום הקטעים AC ו- BC הוא הקטע AB. נכתוב זאת כך: AC+CB=AB ונאמר ש**חיבור הקטעים** AC ו- CB יוצר את הקטע AB.

▶**הערה:**
אורכי הקטעים שבשרטוט הובאו כדי להמחיש טוב יותר את המשמעות של הפעולה ההנדסית הנקראת **חיבור קטעים**.

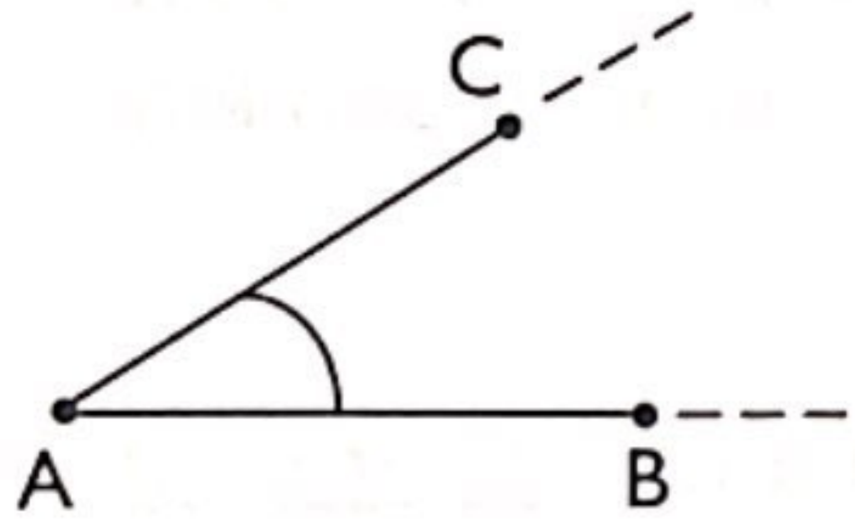
17. <u>**חיסור קטעים**</u> - הנקודה C נמצאת על הקטע AB. היא מחלקת את הקטע AB לשני קטעים, AC ו- BC.



בשרטוט: ההפרש בין אורך הקטע AB לבין אורך הקטע CB הוא אורך הקטע AC, נכתוב זאת כך: AB-CB=AC. משוואה זאת מבטאת כראוי את הפעולה ההנדסית הנקראת **חיסור קטעים**. נאמר כי "הורדת" הקטע CB מהקטע AB מותירה את הקטע AC.

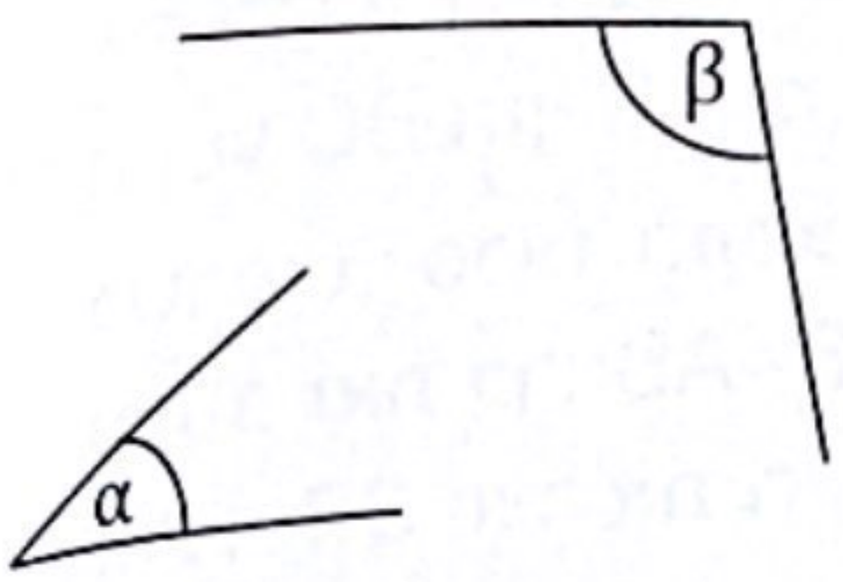
ג. זוויות

18. <u>**זווית**</u> - שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות צורה הנדסית הנקראת **זווית**. שתי הקרניים הללו נקראות **שוקי הזווית**, כל אחת מהן נקראת **שוק הזווית**. הנקודה ממנה יוצאות שתי הקרניים נקראת **קדקוד הזווית**. זוויות מסומנות על ידי שלוש אותיות לטיניות גדולות כאשר משמאלן וצמוד להן תופיע הצורה: $\measuredangle$. יש לשים לב לכך שהאות האמצעית מציינת את הקדקוד של הזווית ואילו שתי האותיות האחרות מציינות נקודות כלשהן על השוקיים של הזווית.

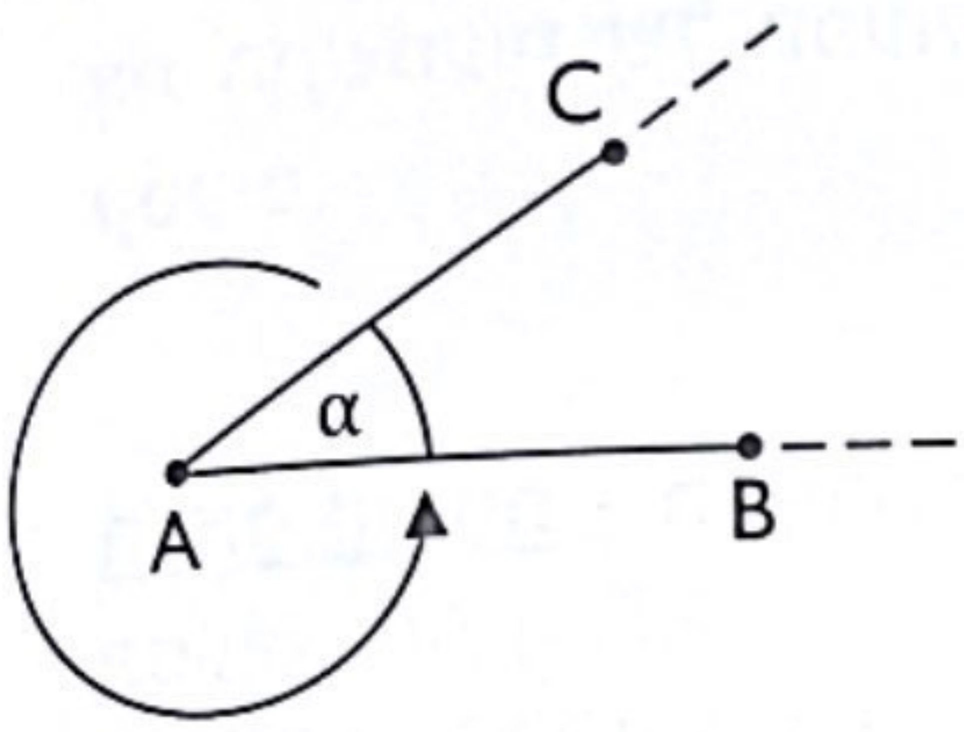


בשרטוט:
הזווית המוצגת היא BAC, נכתוב זאת כך: $\measuredangle BAC$ (יש לקרוא זאת כך: "זווית BAC"). נחזור ונדגיש כי הנקודה A מציינת את קדקוד הזווית ואילו הנקודות B ו- C נמצאות על קרני הזווית, כל אחת מהן על קרן אחרת של הזווית.

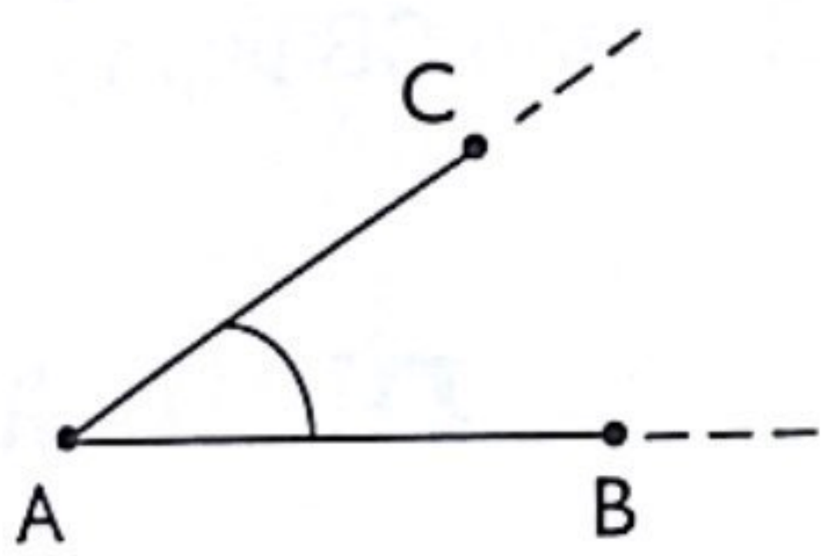
◀הערות:



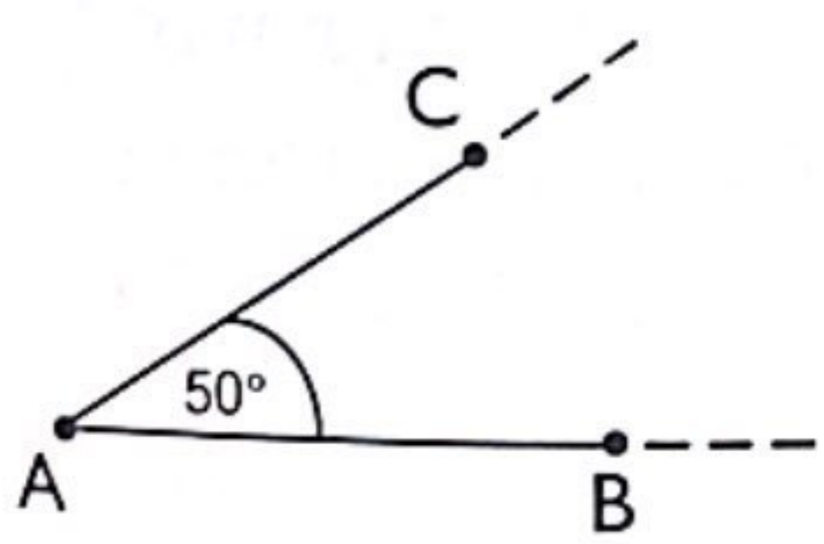
א. ניתן לסמן זוויות בדרכים נוספות, אחת מהן היא על ידי אותיות יווניות קטנות כגון α (אלפא), β (ביתא), γ (גמא), δ (דלתא) וכו'.



ב. התבוננות "מחודדת" על הזווית BAC שבשרטוט המסומנת על ידי האות α מעלה כי ישנן **שתי** זוויות BAC, זו שסומנה על ידי α (הזווית הקטנה) וזו שסומנה על ידי החץ העקום (הזווית הגדולה). כאשר נאמר "זווית BAC" כוונתנו היא לזו הקטנה שסומנה על ידי האות α. אם נרצה לעסוק בזווית BAC הגדולה שבשרטוט אז נציין זאת מפורשות.



ג. הזווית BAC שבשרטוט הנכתבת כך: $\measuredangle BAC$ יכולה להיקרא גם זווית CAB ולהיכתב כך: $\measuredangle CAB$. האות A המציינת את הקדקוד של הזווית תהיה בהכרח האות האמצעית, עם זאת אין זה משנה מי מהאותיות B ו- C תיכתב כאות השמאלית ומי כאות הימנית.



19. __מדידת זוויות__ - גודלן של הזוויות נמדד במעלות.
בשרטוט:
הזווית CAB בת 50 מעלות, נכתוב זאת כך: $\measuredangle CAB=50°$.

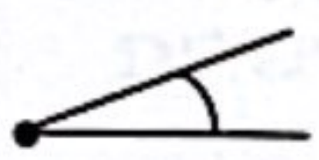
◀הערה:
העיגול הריק המופיע מצד ימין ומעל המספר 50, הוא המסמן מעלות.

20. __שוויון זוויות__ - אם α ו- β הן שתי זוויות כלשהן השוות זו לזו בגודלן אז נכתוב זאת כך: $\alpha=\beta$. ונקרא זאת: "אלפא שווה ביתא".

21. __**אי שוויון זוויות**__ - אם α ו- β הן שתי זוויות כלשהן שאינן שוות זו לזו בגודלן אז מתקיימת בהכרח אחת משתי האפשרויות הבאות: הראשונה, הזווית α גדולה יותר מהזווית β, והשנייה, הזווית α קטנה יותר מהזווית β. נכתוב זאת כך: $\alpha>\beta$ (יש לקרוא: "אלפא גדולה מביתא") או $\alpha<\beta$ (יש לקרוא: "אלפא קטנה מביתא").

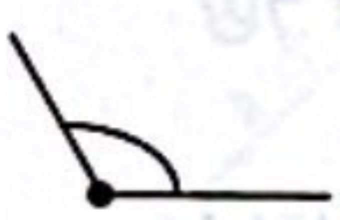
22. __**שיום זוויות על פי גודלן**__ - נכיר את שמותיהן של שש הזוויות השונות הקיימות בהנדסת המישור. נעשה זאת בסדר עולה, מן הזווית הקטנה ביותר ועד לזווית הגדולה ביותר:

א. זווית **חדה** - זווית הגדולה מ- $0°$ וקטנה מ- $90°$ נקראת זווית חדה.



ב. זווית **ישרה** - זווית שגודלה הוא $90°$ נקראת זווית ישרה (ניתן לומר גם "זווית בת $90°$" או "זווית השווה $90°$").

ג. זווית **קהה** - זווית הגדולה מ- $90°$ וקטנה מ- $180°$ נקראת זווית קהה.

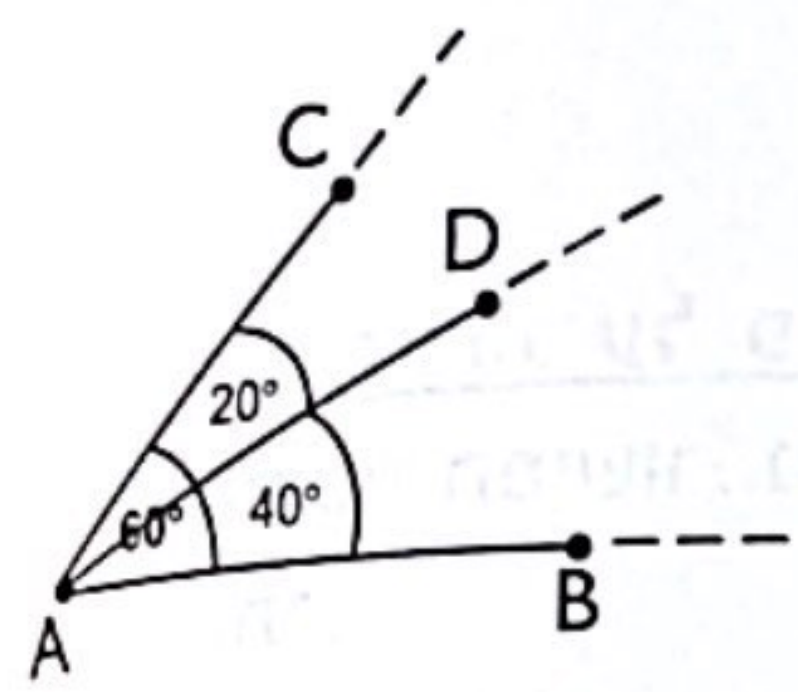


ד. זווית **שטוחה** - זווית שגודלה הוא $180°$ נקראת זווית שטוחה (ניתן לומר גם "זווית בת $180°$" או "זווית השווה $180°$").

ה. זווית **נישאה** - זווית הגדולה מ-$180°$ וקטנה מ-$360°$ נקראת זווית נישאה.

ו. זווית **עגולה** - זווית שגודלה הוא $360°$ נקראת זווית עגולה (ניתן לומר גם "זווית בת $360°$" או "זווית השווה $360°$").

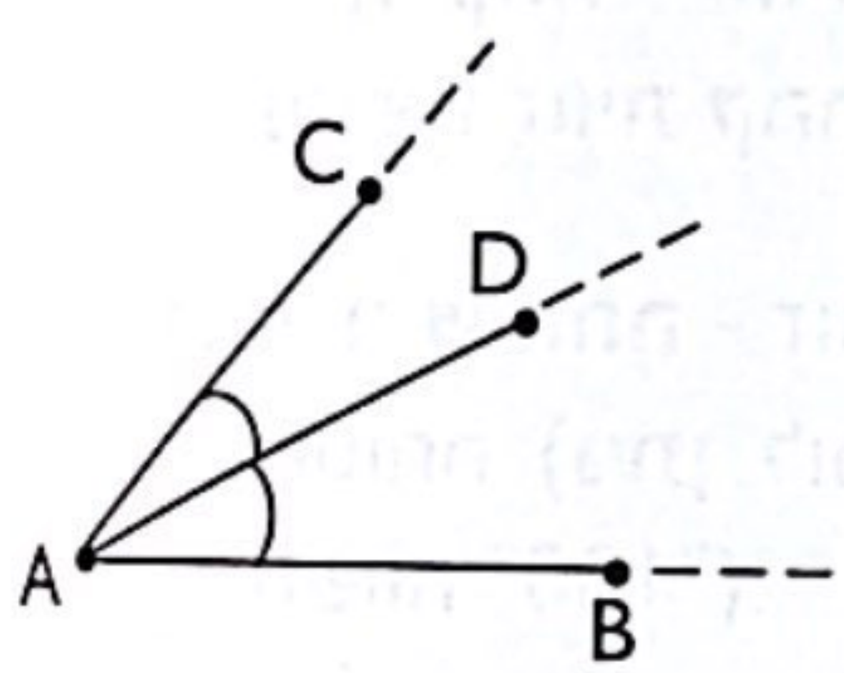
23. <u>חיבור זוויות</u> - בשרטוט שלפנינו יוצאות שלוש קרניים מהנקודה A, כך מצטיירות שלוש הזוויות הבאות: זווית CAD השווה 20°, זווית DAB השווה 40°, וזווית CAB השווה 60°. נדגיש כי הנקודה A היא הקדקוד של שלוש הזוויות הללו.



בשרטוט: הסכום של גודל הזווית CAD וגודל הזווית DAB שווה לגודלה של הזווית CAB, נכתוב זאת כך: $\measuredangle CAD + \measuredangle DAB = \measuredangle CAB$.
נאמר כי **חיבור הזוויות** DAB ו- CAD יוצר את הזווית CAB.

▶**הערה:** גודלן של שלוש הזוויות בשרטוט הובא כדי להמחיש טוב יותר את המשמעות של הפעולה ההנדסית הנקראת **חיבור זוויות**.

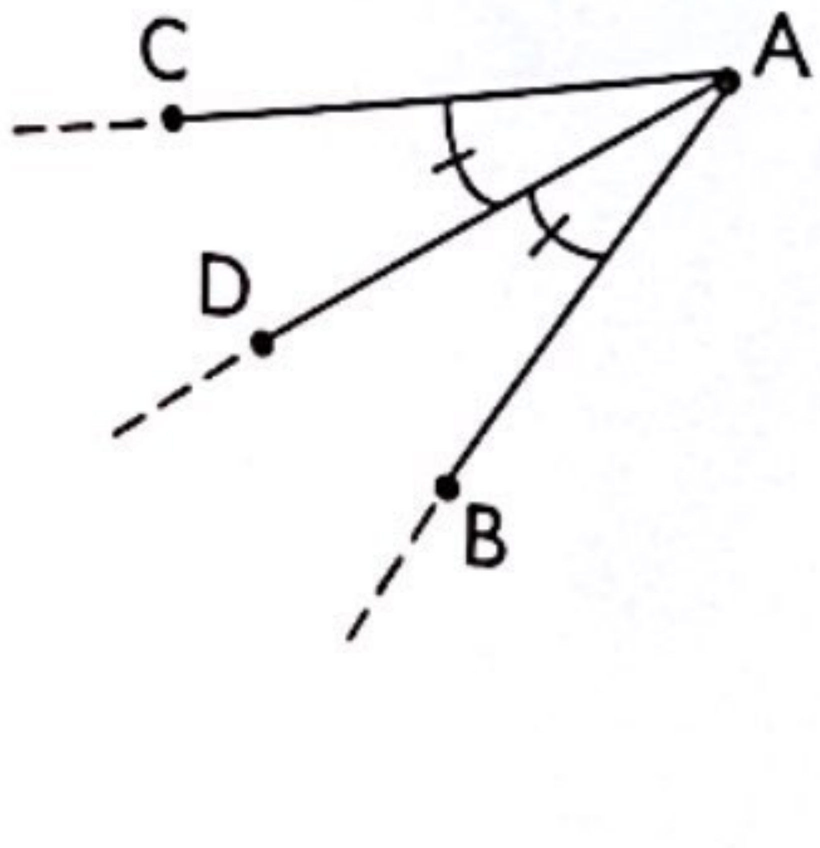
24. <u>חיסור זוויות</u> - בשרטוט שלפנינו יוצאות שלוש קרניים מהנקודה A, כך מצטיירות שלוש הזוויות הבאות: זווית CAD, זווית DAB וזווית CAB. נדגיש כי הנקודה A היא הקדקוד של שלוש הזוויות הללו.



בשרטוט: "הורדת" הזווית CAD מן הזווית CAB מותירה אותנו עם הזווית DAB. פעולה הנדסית זאת נקראת **חיסור זוויות,** נכתוב זאת כך: $\measuredangle CAB - \measuredangle CAD = \measuredangle DAB$.

25. <u>חוצה זווית</u> - קרן היוצאת מקדקוד של זווית ומחלקת אותה לשתי זוויות השוות זו לזו נקראת **חוצה זווית**. **לשון אחר:** הקו הסימטרי של זווית נקרא חוצה זווית.

בשרטוט:

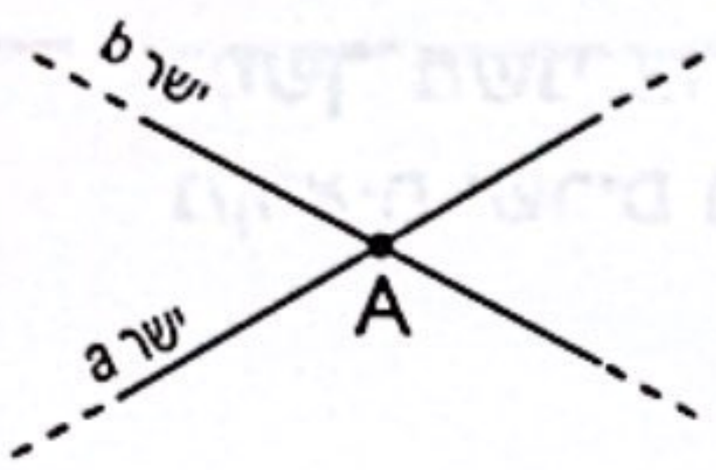


הקרן DA חוצה את הזווית BAC, כך נוצרות שתי הזוויות BAD ו- CAD השוות זו לזו. נכתוב זאת כך: $\measuredangle CAD = \measuredangle BAD$.

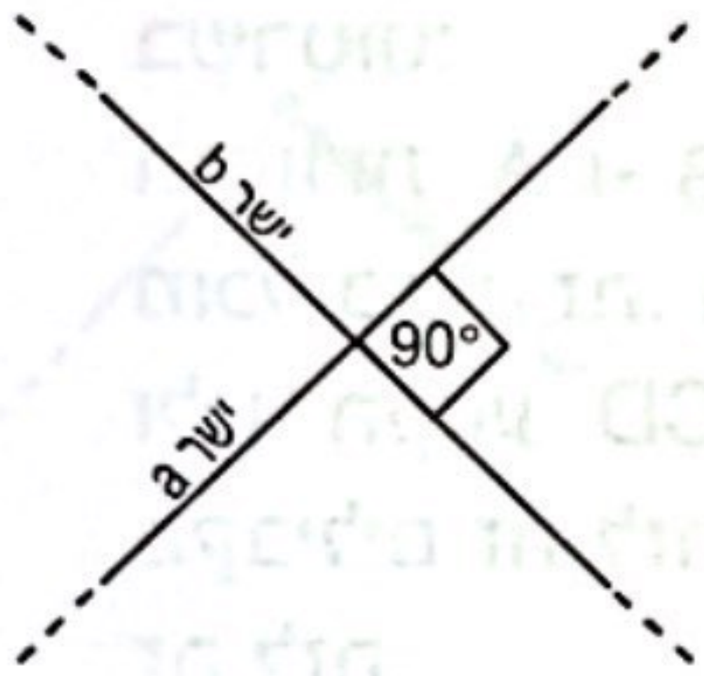
▶**הערה:** המונח "חוצה" מרמז על המילה **חצי**, בהקשר זה, חוצה זווית מחלק אותה לשני **חצאי זווית** השווים זה לזה.

ד. מצבים הדדיים בין קטעים וישרים

26. __ישרים נחתכים__ - שני ישרים הנפגשים בנקודה אחת ויחידה נקראים **ישרים נחתכים.** נקודת המפגש של שני הישרים נקראת **נקודת החיתוך** של הישרים.
בשרטוט:
הישרים a ו- b נחתכים (נפגשים) בנקודה A, היא נקודת החיתוך של שני הישרים הללו.

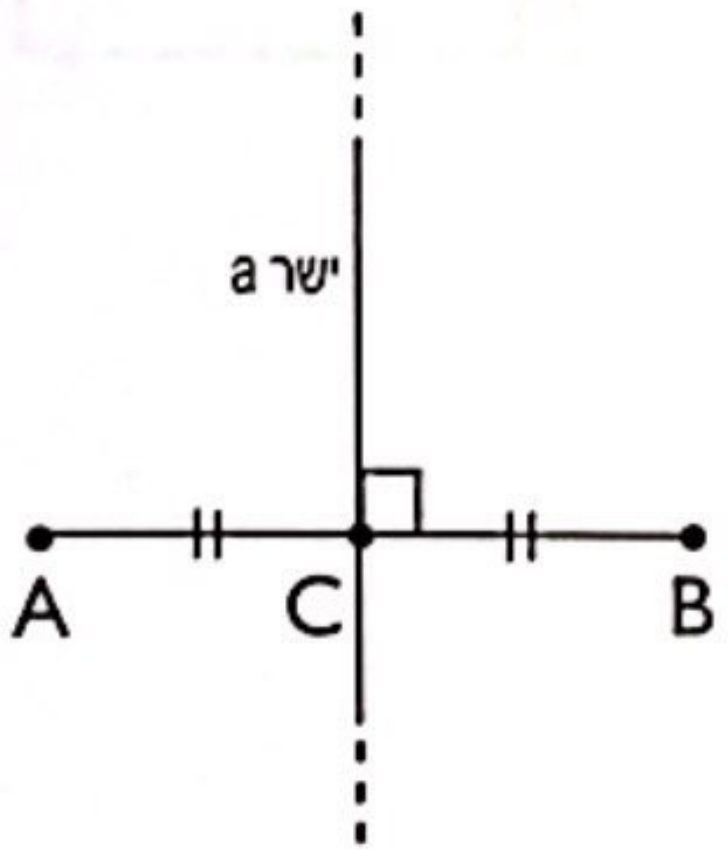


27. __ישרים מאונכים (ישרים ניצבים)__ - שני ישרים נחתכים היוצרים ארבע זוויות ישרות נקראים **ישרים מאונכים (ישרים ניצבים).**
בשרטוט:
הישרים a ו- b נחתכים כך שנוצרות ארבע זוויות ישרות (זוויות בנות $90°$), נאמר כי a ו- b הם ישרים המאונכים (הניצבים) זה לזה. כמו כן ניתן לומר כי הישר a מאונך (ניצב) לישר b או לחילופין כי הישר b מאונך (ניצב) לישר a.



28. __אנך__ - קו ישר המאונך (הניצב) לקו ישר אחר נקרא **אנך**.

29. __אנך אמצעי__ - קו ישר המאונך (הניצב) לקטע כלשהו ובנוסף לכך **חוצה** את הקטע נקרא **אנך אמצעי.**
בשרטוט:
הקו הישר a אנך (ניצב) לקטע AB וחוצה אותו לשני קטעים השווים זה לזה (AC=CB). נאמר כי הישר a הוא האנך האמצעי של הקטע AB.

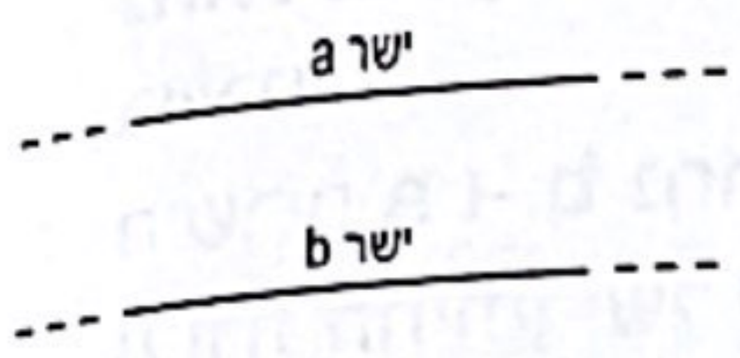


◀**הערה:**
קו ישר החוצה קטע מחלק אותו לשני קטעים השווים באורכם זה לזה. המונח "חוצה" מרמז על המילה **חצי.** בהקשר זה, האנך האמצעי חוצה את הקטע לשני **חצאי קטע** השווים זה לזה.

30. <u>ישרים מקבילים</u> - שני ישרים שאינם נחתכים (נפגשים) נקראים **ישרים מקבילים.**

לשון אחר: שני ישרים הניצבים לאותו ישר נקראים ישרים מקבילים.

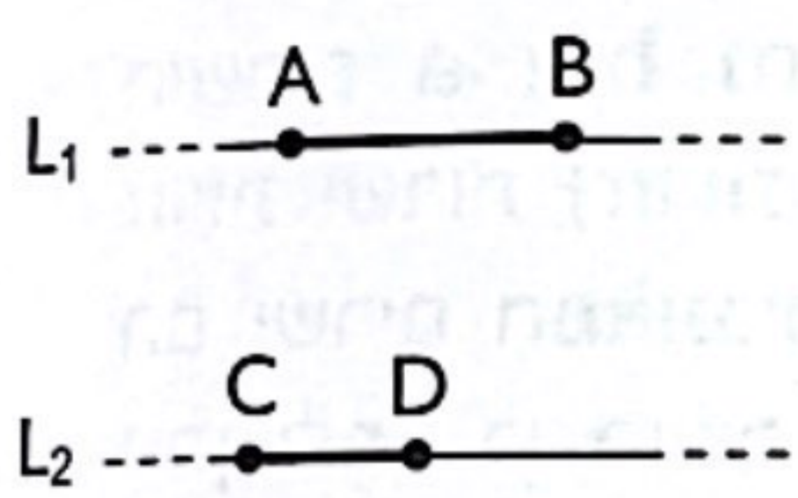
בשרטוט:



הישרים a ו- b אינם נחתכים על אף שכל אחד מהם נמשך משני צדדיו עד אין סוף. הישרים a ו- b הללו נקראים ישרים מקבילים.

31. <u>קטעים מקבילים</u> – שני קטעים הנמצאים על ישרים המקבילים זה לזה נקראים **קטעים מקבילים.**

בשרטוט:



הנקודות A ו- B נמצאות על הישר L_1, ולכן הקטע AB מוכל בישר זה. הנקודות C ו- D נמצאות על הישר L_2, ולכן הקטע CD מוכל בישר זה. הישרים L_1 ו- L_2 מקבילים זה לזה, ולכן הקטעים AB ו- CD גם מקבילים זה לזה.

32. <u>ישרים מתלכדים</u> – שני ישרים מקבילים ה"מכסים" זה את זה בדיוק נקראים **ישרים מתלכדים.**

לשון אחר: שני ישרים מקבילים בעלי נקודה משותפת נקראים **ישרים מתלכדים.**

◄הערה:

נדגיש כי שני ישרים מקבילים אינם בהכרח מתלכדים לישר אחד.

ה. מרחקים

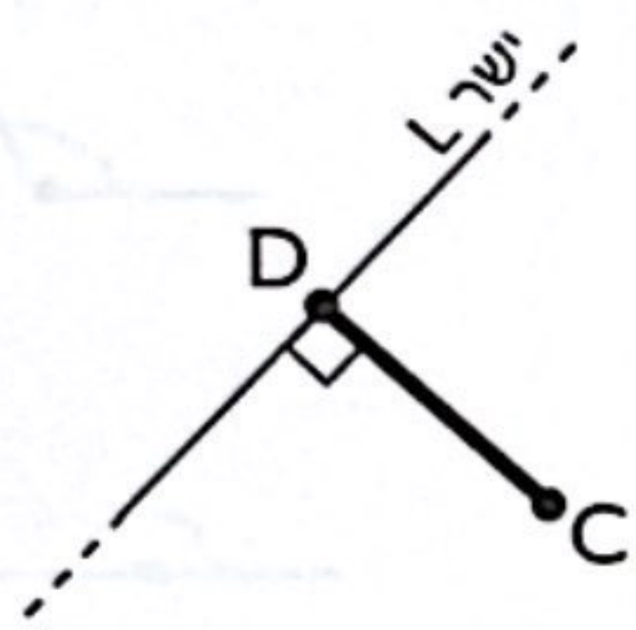
33. <u>**מרחק בין שתי נקודות**</u> – המרחק בין שתי נקודות הקצה של קטע נקרא אורך קטע.

בשרטוט:

המרחק בין הנקודות A ו- B , הוא אורך הקטע AB.

34. <u>**מרחק בין נקודה לישר**</u> - הקטע הקצר ביותר המחבר נקודה כלשהי עם קו ישר נקרא מרחק בין נקודה לישר.

בשרטוט:

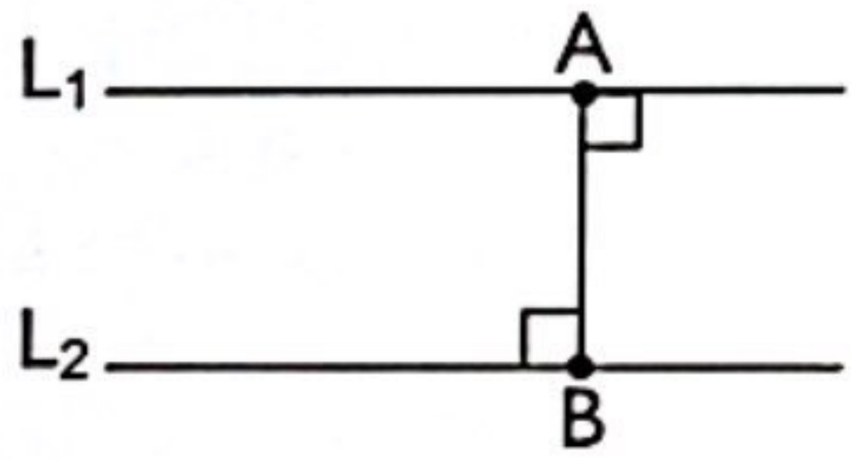


C היא נקודה כלשהי שאינה נמצאת על הישר L, D היא נקודה על הישר L הקרובה ביותר ל- C. אורך הקטע CD מייצג את המרחק בין הנקודה C לבין הישר L.

◀**הערה:** כיוון שהנקודה D היא הקרובה ביותר לנקודה C מבין כל הנקודות הנמצאות על הישר L הרי שהקטע CD מאונך לישר זה, כלומר הזווית בין הקטע CD לבין הישר L היא ישרה. **לשון אחר:** הישר L מאונך (ניצב) לקטע CD.

35. <u>**מרחק בין שני ישרים מקבילים**</u> - אורך קטע המאונך לשני ישרים מקבילים כך שקצותיו על הישרים נקרא: מרחק בין שני ישרים מקבילים.

בשרטוט:



הישרים L_1 ו- L_2 מקבילים זה לזה. הנקודה A נמצאת על הישר L_1, והנקודה B נמצאת על הישר L_2. הקטע AB מאונך לשני הישרים הללו, ולכן נאמר כי אורכו מייצג את המרחק בין הישרים המקבילים L_1 ו- L_2.

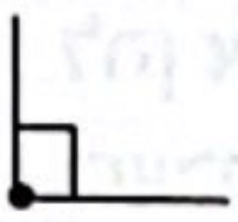
◀**הערה:**

המרחק בין שני ישרים המקבילים זה לזה הוא גודל קבוע.

פרק ראשון: זוויות

שיום זוויות על פי גודלן

◈ **זווית חדה** - גדולה מ-0° וקטנה מ-90°.



◈ **זווית ישרה** - שווה 90°.

◈ **זווית קהה** - גדולה מ-90° וקטנה מ-180°.

◈ **זווית שטוחה** - שווה 180°.

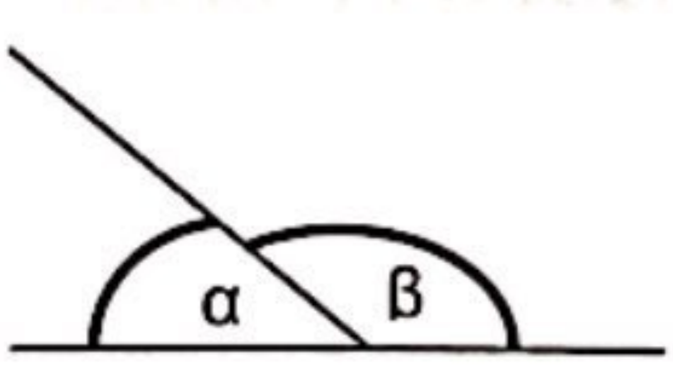
◈ **זווית נישאה** - גדולה מ-180° וקטנה מ-360°.

◈ **זווית עגולה** - שווה 360°.

◀נגדיר כעת חמישה סוגים של זוויות:
◈ זוויות צמודות
◈ זוויות קדקודיות
◈ זוויות מתאימות
◈ זוויות מתחלפות
◈ זוויות חד-צדדיות

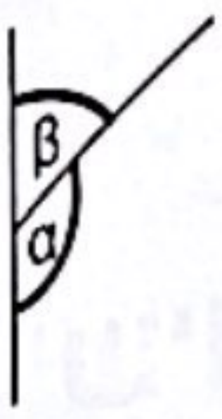
◈ **זוויות צמודות**

שתי זוויות היוצרות יחד זווית שטוחה נקראות זוויות צמודות.



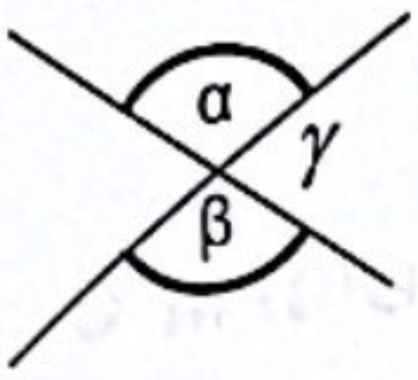
בשרטוט: α ו- β הן זוויות הצמודות זו לזו.

משפט 1: זוויות צמודות משלימות זו את זו ל-$180°$.



בשרטוט: $\alpha+\beta=180°$.

◈ זוויות קדקודיות -



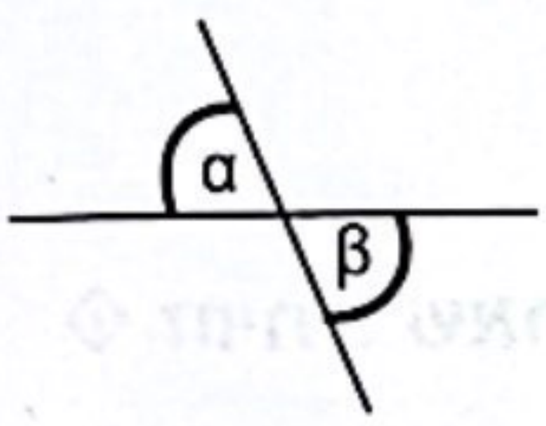
שני ישרים נחתכים יוצרים ארבע זוויות, כל שתי זוויות שיש להן אותה זווית צמודה נקראות זוויות קדקודיות.

בשרטוט: זווית γ צמודה לזווית α וגם לזווית β, לכן α ו-β הן זוויות קדקודיות.

◄הערה:

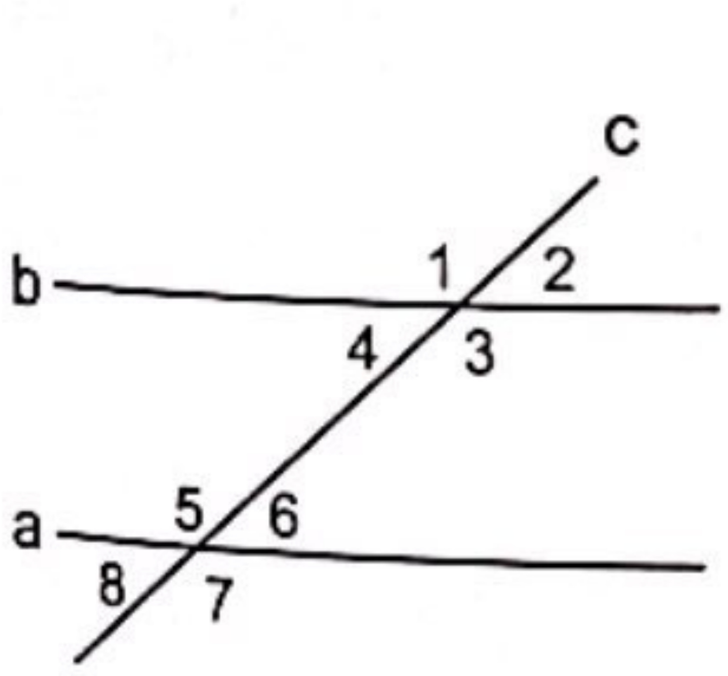
ניתן לומר כי כל שתי זוויות שאינן צמודות נקראות זוויות קדקודיות.

משפט 2: זוויות קדקודיות שוות זו לזו.



בשרטוט: $\alpha=\beta$.

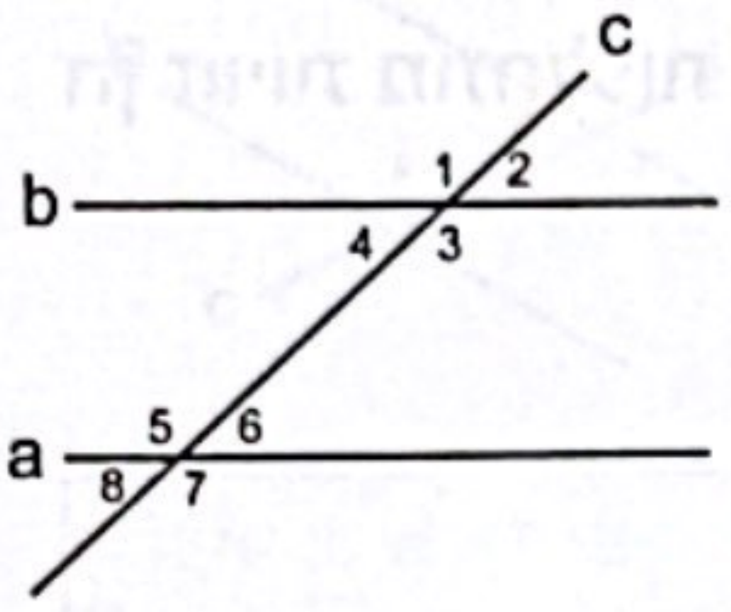
שני ישרים מקבילים הנחתכים על ידי ישר שלישי



◄הישרים a ו- b מקבילים זה לזה, הישר c חותך אותם וכך נוצרות שמונה זוויות, מספרנו אותן מ-1 עד 8. זוויות 5,4,1 ו-8 נמצאות משמאל לישר c, זוויות 6,3,2 ו-7 נמצאות מימין לישר c, זוויות 1 ו-2 נמצאות מעל הישר b, זוויות 5 ו-6 נמצאות מעל הישר a, זוויות 3 ו-4 נמצאות מתחת לישר b וזוויות 7 ו-8 נמצאות מתחת לישר a.

◈ זוויות מתאימות -

שתי זוויות הנמצאות באותו הכיוון ביחס לישרים a ו-b ובאותו הצד ביחס לישר c נקראות זוויות מתאימות.

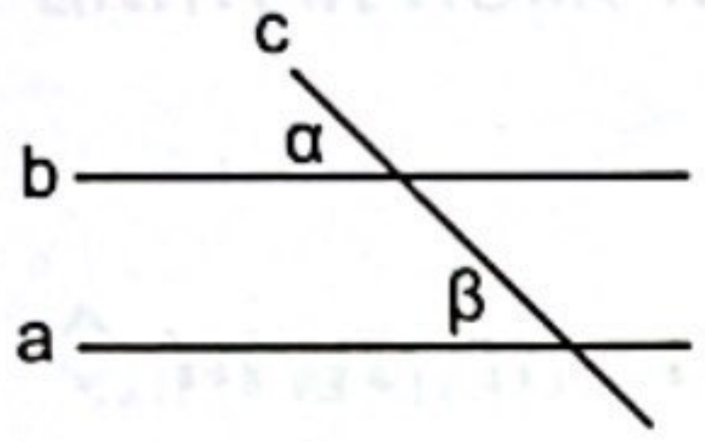


בשרטוט: זווית 1 מעל b ומשמאל ל- c, זווית 5 מעל a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות מתאימות.

זווית 2 מעל b ומימין ל- c, זווית 6 מעל a ומימין ל- c, לכן הן זוויות מתאימות.

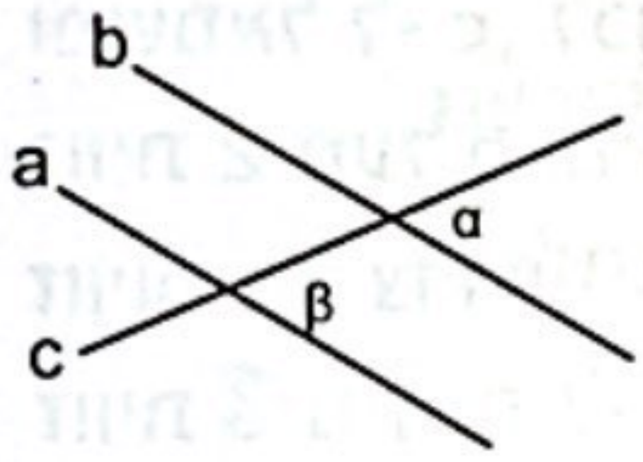
זווית 3 מתחת ל- b ומימין ל- c, זווית 7 מתחת ל-a ומימין ל- c, לכן הן זוויות מתאימות.

זווית 4 מתחת ל- b ומשמאל ל- c, זווית 8 מתחת ל-a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות מתאימות.



משפט 3: זוויות מתאימות שוות זו לזו.

בשרטוט: a ו- b ישרים מקבילים הנחתכים ע"י הישר c, α ו- β הן זוויות מתאימות ולכן הן שוות זו לזו.

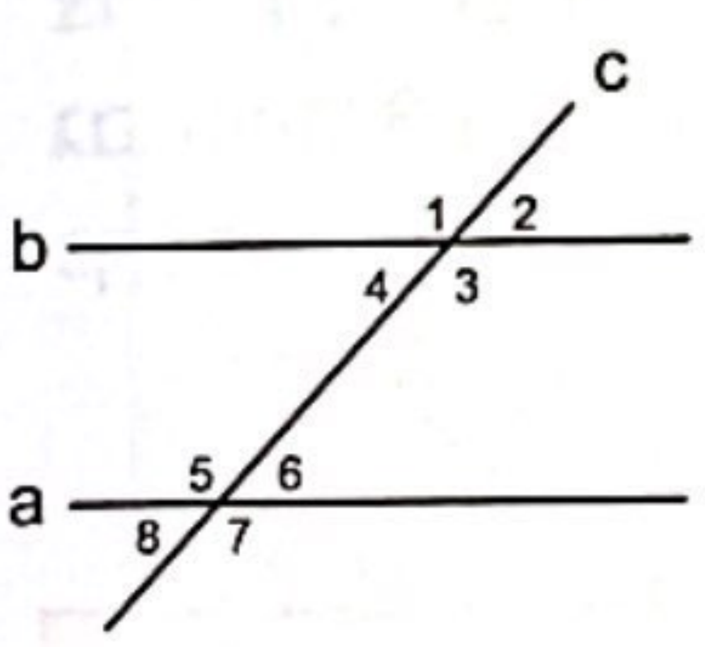


משפט 4 (הפוך למשפט 3) : שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי ויוצרים זוויות מתאימות השוות זו לזו מקבילים זה לזה.

בשרטוט: הישרים a ו- b נחתכים על ידי הישר c, α ו- β הן זוויות מתאימות השוות זו לזו ולכן הישרים מקבילים.

◈ זוויות מתחלפות -

שתי זוויות הנמצאות בכיוונים מנוגדים ביחס לישרים a ו-b ובצדדים שונים ביחס לישר c נקראות זוויות מתחלפות.



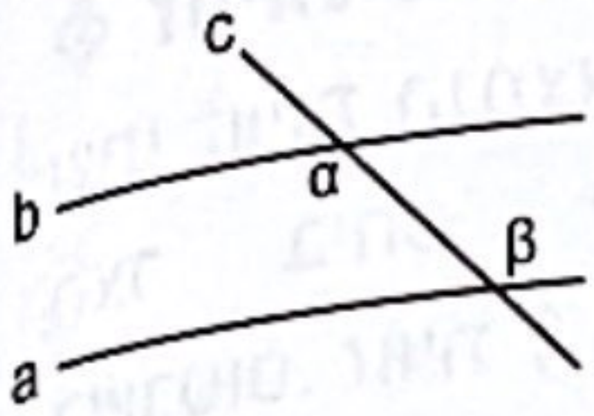
בשרטוט: זווית 1 מעל b ומשמאל ל- c, זווית 7 מתחת ל- a ומימין ל- c, לכן הן זוויות מתחלפות.

זווית 2 מעל b ומימין ל- c, זווית 8 מתחת ל- a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות מתחלפות.

זווית 3 מתחת ל- b ומימין ל- c, זווית 5 מעל a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות מתחלפות.

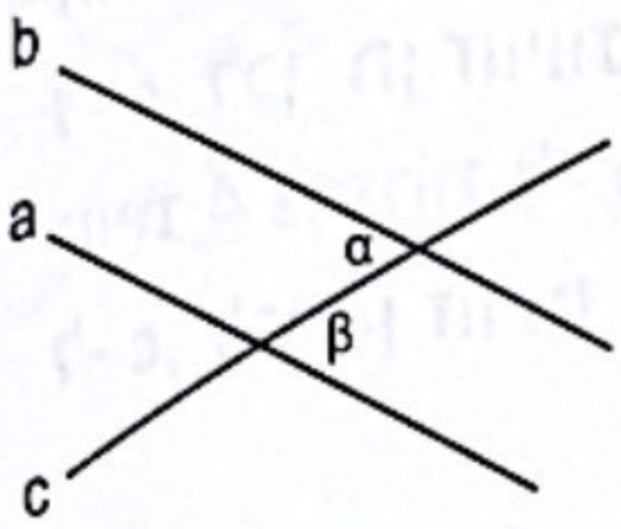
זווית 4 מתחת ל- b ומשמאל ל- c, זווית 6 מעל a ומימין ל- c, לכן הן זוויות מתחלפות.

משפט 5: זוויות מתחלפות שוות זו לזו.



בשרטוט: a ו- b ישרים מקבילים הנחתכים על ידי הישר c, α ו- β הן זוויות מתחלפות ולכן הן שוות זו לזו.

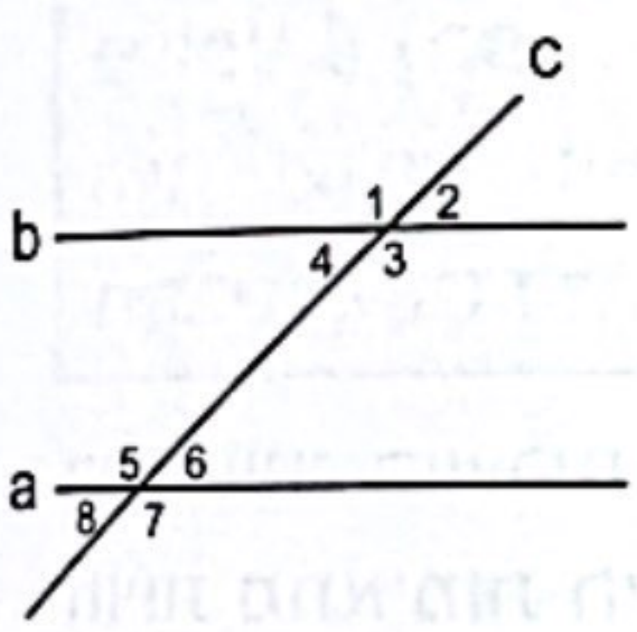
משפט 6 (הפוך למשפט 5): שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי ויוצרים זוויות מתחלפות השוות זו לזו מקבילים זה לזה.



בשרטוט: הישרים a ו- b נחתכים על ידי הישר c, α ו- β הן זוויות מתחלפות השוות זו לזו, לכן הישרים מקבילים.

◈ זוויות חד-צדדיות -

שתי זוויות הנמצאות בכיוונים מנוגדים ביחס לישרים a ו- b ובאותו צד ביחס לישר c נקראות זוויות חד צדדיות.



בשרטוט: זווית 1 מעל b ומשמאל ל- c, זווית 8 מתחת ל- a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות חד צדדיות.

זווית 2 מעל b ומימין ל- c, זווית 7 מתחת ל- a ומימין ל- c, לכן הן זוויות חד צדדיות.

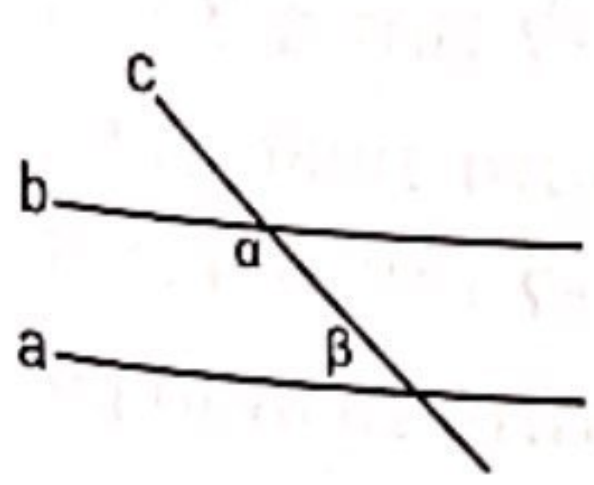
זווית 3 מתחת ל- b ומימין ל- c, זווית 6 מעל a ומימין ל- c, לכן הן זוויות חד צדדיות.

זווית 4 מתחת ל- b ומשמאל ל- c, זווית 5 מעל a ומשמאל ל- c, לכן הן זוויות חד צדדיות.

◄**הערה:**

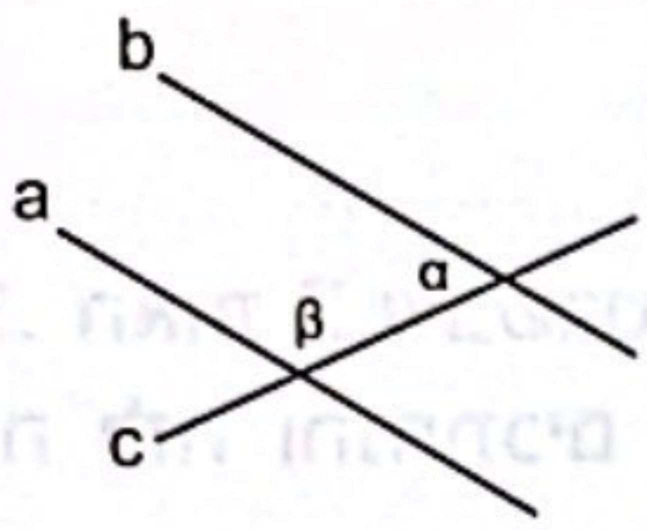
יש להבחין בשרטוט בין זוויות חד צדדיות **פנימיות** לבין זוויות חד צדדיות **חיצוניות**. זוויות 4 ו- 5 הן זוויות חד צדדיות פנימיות, כך גם זוויות 3 ו- 6, ואילו זוויות 2 ו- 7 הן זוויות חד צדדיות חיצוניות, כך גם זוויות 1 ו- 8.

משפט 7: זוויות חד-צדדיות משלימות זו את זו ל-180°.



בשרטוט: a ו- b ישרים מקבילים הנחתכים על ידי הישר c, α ו- β זוויות חד-צדדיות ולכן $\alpha + \beta = 180°$.

משפט 8 (הפוך למשפט 7) : שני ישרים הנחתכים על ידי ישר שלישי ויוצרים זוויות חד-צדדיות שסכומן הוא 180°, מקבילים זה לזה.



בשרטוט: הישרים a ו-b נחתכים על ידי הישר c, α ו- β הן זוויות חד-צדדיות ולכן $\alpha + \beta = 180°$, מכאן כי הישרים מקבילים.

◄**מסקנה ממשפטים 4, 6 ו- 8:**
אם ישר כלשהו חותך שני ישרים, ויוצר זוויות מתחלפות השוות זו לזו, או זוויות מתאימות השוות זו לזו, או זוויות חד-צדדיות המשלימות זו את זו ל- 180°, אז שני הישרים הללו בהכרח מקבילים זה לזה.

◄ הגדרנו חמישה סוגים של זוויות: צמודות, קדקודיות, מתאימות, מתחלפות וחד-צדדיות, נזכור את שמותיהן על פי ראשי התיבות הבאים: **ח"צ - מק"מ** .

חד - צדדיות
צמודות

משלימות זו את זו ל- 180°

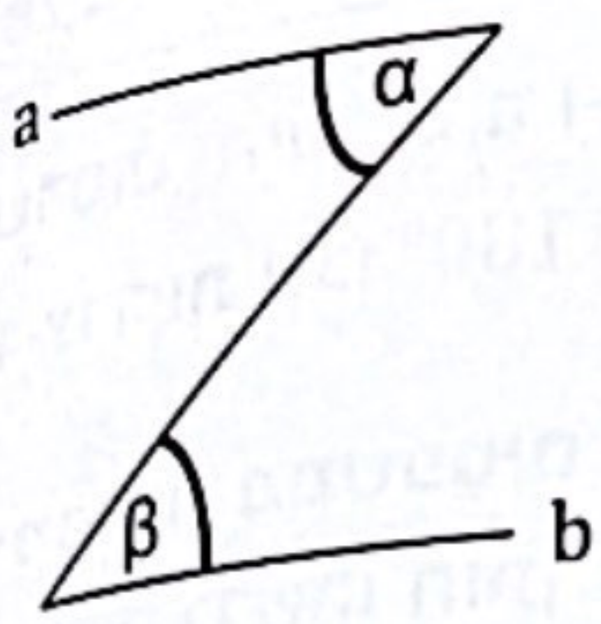
מתאימות
קדקודיות
מתחלפות

שוות זו לזו

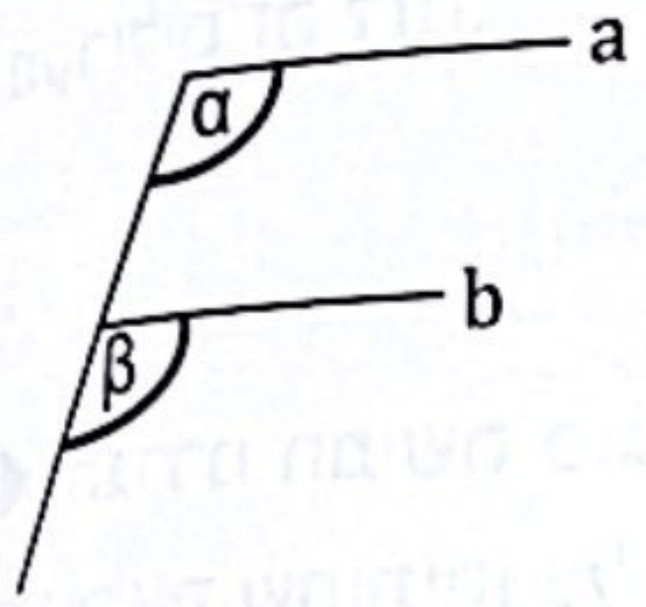
◄ **נציג זאת בטבלה הבאה:**

סוג הזוויות / תכונה	צמודות	קדקודיות	מתאימות	מתחלפות	חד- צדדיות
סכומן 180°	✓				✓
שוות זו לזו		✓	✓	✓	

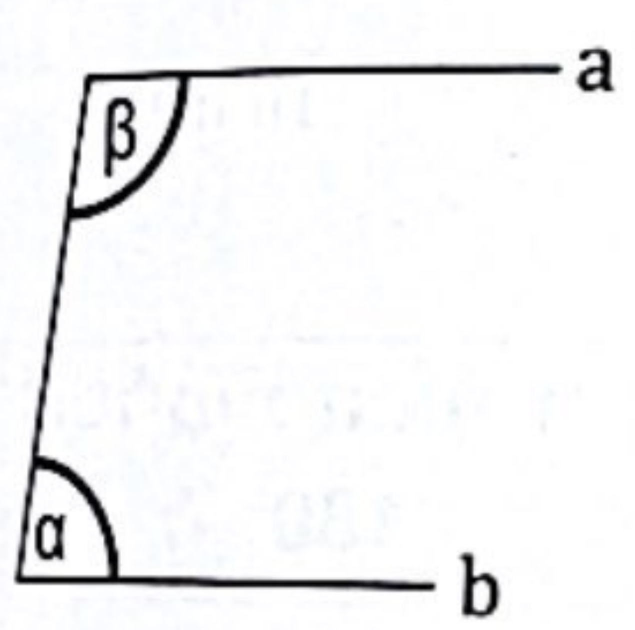
המלצות חשובות



1. האות Z שבשרטוט נוצרה על ידי הישרים a ו- b המקבילים זה לזה והנחתכים על ידי ישר שלישי כלשהו. הזוויות α ו-β שבשרטוט הן זוויות מתחלפות השוות זו לזו. כדאי לזכור כי האות Z, צורתה כשני ישרים מקבילים הנחתכים על ידי ישר שלישי, חושפת זוויות מתחלפות השוות זו לזו.



2. האות F שבשרטוט נוצרה על ידי הישרים a ו- b המקבילים זה לזה והנחתכים על ידי ישר שלישי כלשהו. הזוויות α ו-β שבשרטוט הן זוויות מתאימות השוות זו לזו. כדאי לזכור כי האות F, צורתה כשני ישרים מקבילים הנחתכים על ידי ישר שלישי, חושפת זוויות מתאימות השוות זו לזו.



3. האות C שבשרטוט נוצרה על ידי הישרים a ו- b המקבילים זה לזה והנחתכים על ידי ישר שלישי כלשהו. הזוויות α ו-β שבשרטוט הן זוויות חד-צדדיות, לכן הן משלימות זו את זו ל-180°, כלומר: $\alpha+\beta=180°$. כדאי לזכור כי האות C, צורתה כשני ישרים מקבילים הנחתכים על ידי ישר שלישי, חושפת זוויות חד-צדדיות.