

סוג הבדיקה: בגרות
מועד הבדיקה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלה: 035471
דף נוסחאות ל-י^א ייחדות לימוד
נספח:

שםו לב: בבדיקה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה 4 ייחדות לימוד – שאלה ראשון

הוראות

- א. משך הבדיקה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלה ופתחה הערכיה: בשאלון זה שלושה פרקים, וביהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואנטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציניות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גրפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון שיש בו אפשרות לתוכנות.
שימוש במחשבון רפואי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבדיקה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספורה בלבד.
- (2) יש להתחליל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, עם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חסור פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבדיקה.
- יש לכתוב במחברת הבדיקה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבדיקה עלולה לגרום לפסילת הבדיקה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

/המשך מעבר לדף/

השאלות

שימוש לב: הסבירו את כל הפעולות, כולל חישובים, בפתרוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבדיקה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימוש לב: אם תענו על יותר מ חמיש שאלות, יבדקו רק חמיש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

1. נתונה סדרה המוגדרת לכל $n \geq 1$ טبיעי על ידי כלל הנסיגנה:

$$\begin{cases} a_1 = 84 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$$

א. (1) האם הסדרה הנתונה חשבונית אנהנדסית? נמקו את תשובתכם.

(2) פתרבו את נוסחת האיבר הכללי של הסדרה.

ב. (1) כמה איברים חיוביים יש בסדרה?

(2) פתרבו את ערכו של האיבר השלישי הריאשון בסדרה.

ג. נתון כי סכום האיברים השלישיים בסדרה שווה ל- 552 – .

כמה איברים סך הכל יש בסדרה הנתונה?

2. חברת להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הסקטים) באתר אינטרנט מסוים.

על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית.

התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ- 10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60) דקות ביום?

אחרי שינוי בתוכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך הזמן של אותם 100,000 אנשים,

ומצא שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גָּדָל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.

עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחת מ- 10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום – לאחר השינוי?

.3

חברה מסויימת מיניה מועמדים לעובודה בחברה.

כדי להתקבל לעובודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.

מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני, ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.

שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה

שלב שני: ריאיון אישי

שלב שלישי: סדנה קבוצתית

כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעובודה בחברה.

נתון:

75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן התאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן התאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעובודה בחברה?

ב. נתנו וגלי השתתפו במניינים האלה. מהי ההסתברות שלכל היוטר אחת מהן התקבלה לעובודה בחברה?

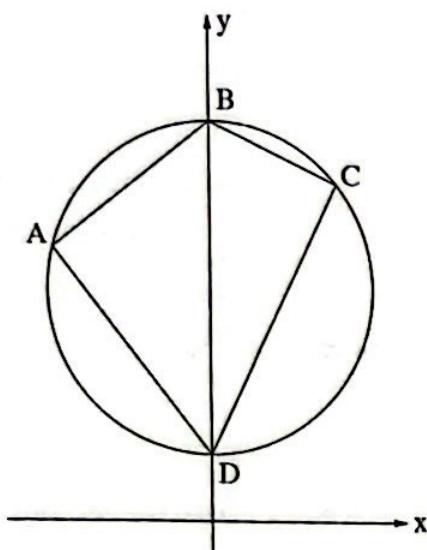
ג. גם עדי השתתפה במניינים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,

אם ידוע שהוא לא התקבלה לעובודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעובודה בחברה.

כמה מועמדים התקבלו לעובודה בחברה?

פרק שני – גאומטריה



4. המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטווט).

נתון: $\angle A = \angle C$.

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: B(0, 12), D(0, 2).

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $\frac{1}{2}$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.

5. נתון ריבוע ABCD.

הצלע AB עובר דרך ראשית הצירים, O.

הצלע AD חותכת את ציר ה-y בנקודה E.

הקודקוד C מונח על ציר ה-x (ראו סרטווט).

א. (1) הוכיחו: $\angle AEO = \angle BOC$.

(2) הוכיחו: $\triangle OAE \sim \triangle CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס $\frac{BO}{AE}$.

נתון: E(0, -5).

ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים: $\angle BCO = \angle OCE$? נוכיח.

/המשך בעמוד 5/

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים, של פונקציות רצינליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $(x) f$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציריהם של הפונקציה $(x) f$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $(x) f$ עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $(x) f$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה $(x) f$.

נתונה הפונקציה $k + g(x) = -f(x)$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $(x) g$ היא $y = 1$.

ד. (1) מצאו את k .

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $(x) g$, ומהו סוגה?

7. נתונה הפונקציה $f(x) = -x + 2\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

граф הפונקציה $(x) f$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.

א. הראו כי $a = 3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $(x) f$.

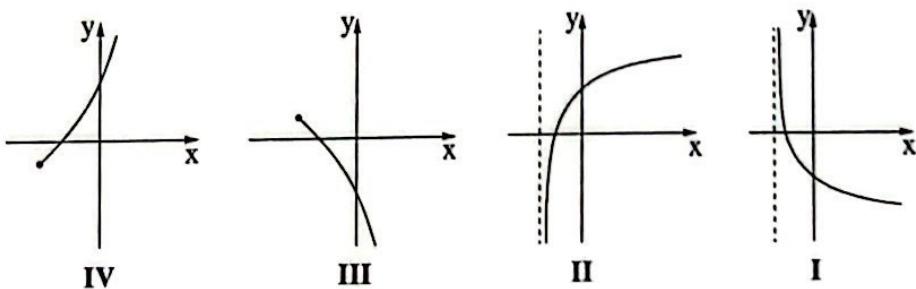
ג. מצאו את שיעורי כל נקודת הקיצון של הפונקציה $(x) f$, וקבעו את סוגן.

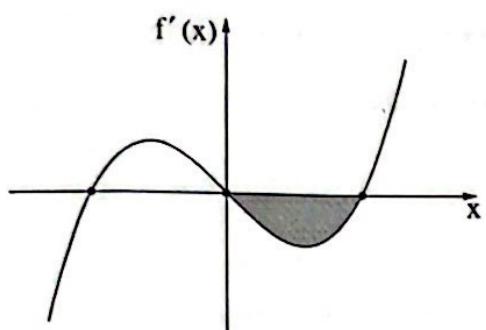
ד. סרטטו סקיצה של גраф הפונקציה $(x) f$.

ה. אחד מן הגрафים I–IV שבסוף השאלה מתאר את גраф פונקציית הנגזרת $(x) f'$.

קבעו איזה מהם, וימכו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גראף פונקציית הנגזרת $(x) f'$, על ידי הישר $1 = x$, ועל ידי ציר ה- x .





8. הפונקציה $(x) f$ ופונקציית הנגזרת שלה $(x) f'$ מוגדרות לכל x .

בסרטוט של פנויים מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $(x) f'$.

פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות $x = 2$, $x = 0$, $x = -2$ בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x

של נקודות הקיצון של הפונקציה $(x) f$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא בריבוע הרביעי ומוגבל

על ידי גרף פונקציית הנגזרת $(x) f'$ ועל ידיה ציר ה- x .

נתון: $S = 8$,

$$f(2) = 3\frac{1}{2}$$

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2) = f(2)$.

לפונקציה $(x) f$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $(x) f$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $k = y$ חותך את גרף הפונקציה $(x) f$ ב- 2 נקודות שונות? בדיק? נמקו.

בצלחה!

זכות היזרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך