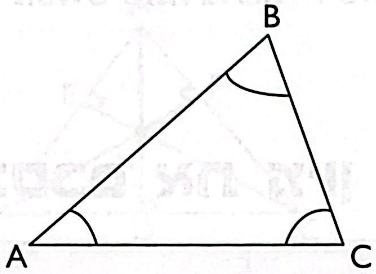
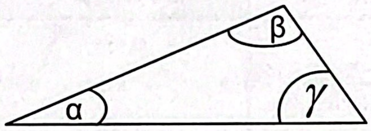
פרק שני: משולשים



◇ **משולש** - מצולע בעל שלוש צלעות, שלושה קדקודים ושלוש זוויות נקרא משולש.

בשרטוט: צלעות המשולש הן- AB, BC ו-CA, קדקודי המשולש הם- A, B ו- C וזוויות המשולש הן - $\measuredangle A$, $\measuredangle B$ ו- $\measuredangle C$.

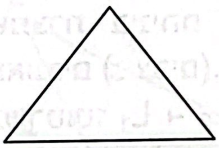


משפט 9: סכום הזוויות במשולש הוא 180°.

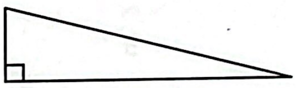
בשרטוט: $\alpha+\beta+\gamma=180°$.

◄ *הערה: הוכחת המשפט בעמוד 117.*

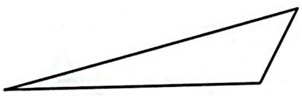
שיום משולשים על פי זוויות וצלעות



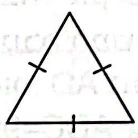
◇ **משולש חד זוויות** - משולש בעל שלוש זוויות חדות.



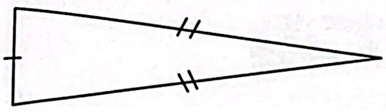
◇ **משולש ישר זווית** - משולש בעל זווית אחת ישרה.



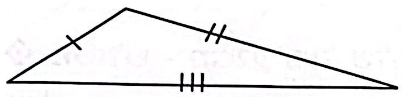
◇ **משולש קהה זווית** - משולש בעל זווית אחת קהה.



◇ **משולש שווה צלעות** - משולש בעל שלוש צלעות שוות.



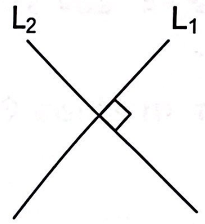
◈ **משולש שווה שוקיים** - משולש בעל שתי צלעות שוות.



◈ **משולש שונה צלעות** - משולש בעל שלוש צלעות שונות.

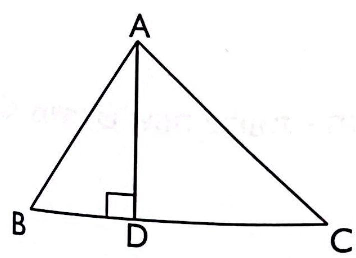
נסכם את מיון המשולשים בטבלה הבאה:

	סוג המשולש	הגדרה/תכונה
מיון עפ"י זוויות	משולש חד זוויות	שלוש זוויותיו חדות
	משולש ישר זווית	זווית ישרה ושתי זוויות חדות
	משולש קהה זווית	זווית קהה ושתי זוויות חדות
מיון עפ"י צלעות	משולש שווה צלעות	שלוש צלעותיו שוות זו לזו
	משולש שווה שוקיים	שתיים מצלעותיו שוות זו לזו
	משולש שונה צלעות	שלוש צלעותיו שונות זו מזו



◈ **ישרים מאונכים (ניצבים)** - שני ישרים הנחתכים כך שנוצרת ביניהם זווית ישרה (בת $90°$) נקראים ישרים מאונכים (ניצבים).
בשרטוט: L_1 ו- L_2 נחתכים, הזווית שנוצרת ביניהם ישרה (בת $90°$), L_1 ו- L_2 נקראים ישרים מאונכים (ניצבים).

קווים מיוחדים במשולש: גובה, תיכון, חוצה זווית ואנך אמצעי

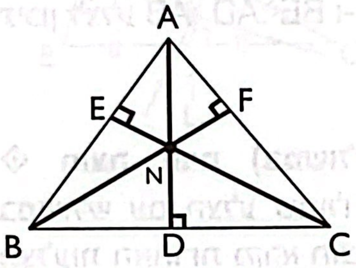


◈ **גובה** - אנך מקדקוד המשולש לצלע שממול, או להמשכה, נקרא גובה המשולש.
בשרטוט: AD גובה לצלע BC ב- ΔABC,
לכן $\measuredangle ADB = \measuredangle ADC = 90°$.

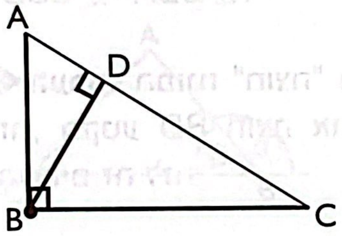
משפט 10: שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת.

◀**הערה:** יש להבחין בין שלושה מקרים:

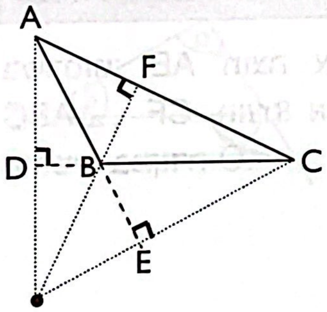
1. משולש חד זוויות - שלושת הגבהים נחתכים בנקודה אחת הנמצאת **בתוך** המשולש.
בשרטוט: ב-ΔABC, הנקודה N היא נקודת המפגש של הגבהים AD, BF ו-CE, N נמצאת בתוך ΔABC.



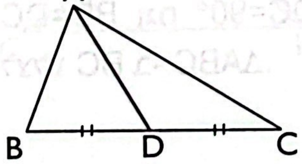
2. משולש ישר זווית - שלושת הגבהים נחתכים בנקודת מפגש הניצבים (נקודת מפגש שתי הצלעות הכולאות את הזווית הישרה).
בשרטוט: AB גובה ל- BC, BC גובה ל- AB ו- BD גובה ל-AC, הנקודה B הנמצאת **על** המשולש היא נקודת המפגש של הגבהים הללו ב- ΔABC.



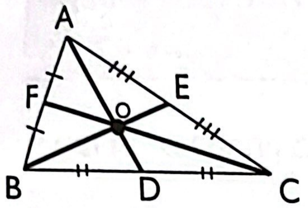
3. משולש קהה זווית - AD גובה ל-BC (AD מאונך להמשך CB), CE גובה ל-AB (CE מאונך להמשך AB) ו-BF גובה ל- AC ב- ΔABC .
כיוון שהמשולש קהה זווית, שלושת הגבהים לא נחתכים בנקודה בתוך המשולש או על המשולש, אלא נחתכים בנקודה **מחוץ** למשולש.



◇ **תיכון** - קטע המחבר קדקוד במשולש עם נקודת אמצע הצלע שמול הקדקוד נקרא תיכון במשולש.
בשרטוט: AD תיכון לצלע BC ב-ΔABC , לכן DB=DC.

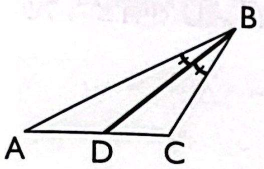


משפט 11: שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת.



בשרטוט: AD תיכון לצלע BC, BE תיכון לצלע AC, CF תיכון לצלע AB. AD, BE ו-CF נפגשים בנקודה O.

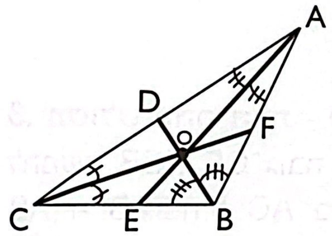
◈ **חוצה זווית (במשולש)** - קטע המחבר קדקוד במשולש עם הצלע שמולו וחוצה את הזווית שבין שתי הצלעות האחרות נקרא חוצה זווית במשולש.



בשרטוט: BD חוצה את $\measuredangle ABC$ במשולש ABC, ולכן $\measuredangle CBD=\measuredangle DBA$.

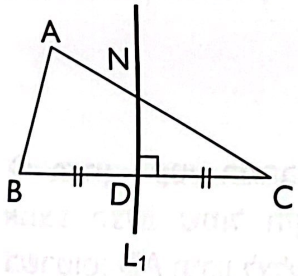
◄**הערה:** המונח "חוצה" מרמז על המילה **חצי**, בהקשר זה, הקטע BD חוצה את הזווית B לשני **חצאי זווית** השווים זה לזה.

משפט 12: שלושת חוצי הזוויות במשולש נפגשים בנקודה אחת.

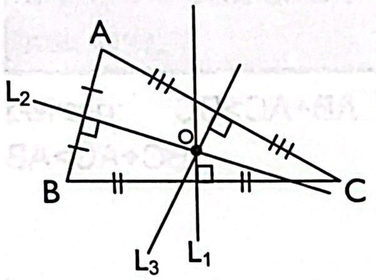


בשרטוט: AE חוצה את $\measuredangle BAC$, BD חוצה את $\measuredangle ABC$, CF חוצה את $\measuredangle ACB$. AE, BD ו-CF נפגשים בנקודה O.

◈ **אנך אמצעי למשולש** - ישר החוצה צלע כלשהי של המשולש ומאונך לה נקרא אנך אמצעי למשולש.



בשרטוט: L_1 חוצה את הצלע BC ומאונך לה, לכן BD=DC וגם $\measuredangle NDC=90°$, מכאן ש- L_1 אנך אמצעי לצלע BC ב- ΔABC.

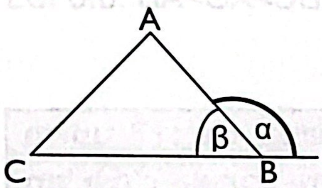


משפט 13: שלושת האנכים האמצעיים במשולש נפגשים בנקודה אחת.

בשרטוט: L_1 אנך אמצעי לצלע BC, L_2 אנך אמצעי לצלע AB, L_3 אנך אמצעי לצלע AC. L_1, L_2 ו- L_3 נפגשים בנקודה O.

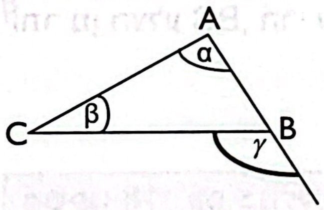
▶**הערה:** נקודת מפגש האנכים האמצעיים במשולש אינה בהכרח בתוך המשולש, יתכן והיא מחוץ למשולש.

◈ זווית חיצונית למשולש -



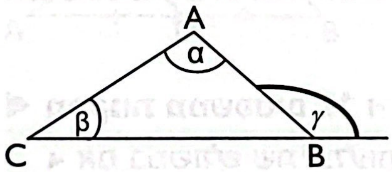
זווית הצמודה לזווית פנימית של המשולש נקראת זווית חיצונית למשולש.

בשרטוט: β זווית פנימית ב- ΔABC, α צמודה ל-β, לכן היא זווית חיצונית ל-ΔABC, כמו כן ברור כי $\alpha+\beta=180°$ (הרי הן זוויות צמודות). יש לשים לב שלכל משולש קיימות שש זוויות חיצוניות, שתיים הצמודות לכל אחת משלוש הזוויות הפנימיות של המשולש.



משפט 14: זווית חיצונית למשולש גדולה מכל זווית פנימית שאינה צמודה לה.

בשרטוט: γ זווית חיצונית למשולש ABC, α ו-β זוויות פנימיות שלא צמודות לה, לכן: $\alpha < \gamma$ וגם $\beta < \gamma$.



משפט 15: זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

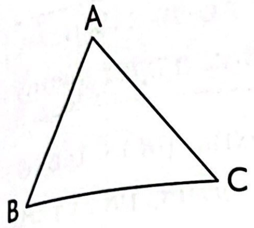
בשרטוט: γ זווית חיצונית למשולש ABC, α ו-β זוויות פנימיות שלא צמודות לה, לכן: $\alpha+\beta=\gamma$.

▶הערה: הוכחת המשפט בעמוד 118.

◈ אי שוויון המשולש -

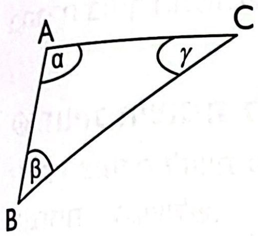
בכל משולש, הסכום של אורכי שתיים מצלעותיו גדול יותר מאורכה של הצלע השלישית, תופעה זו נקראת אי שוויון המשולש.

משפט 16: סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.



בשרטוט: AB+AC>BC וגם AB+BC>AC וגם BC+AC>AB .

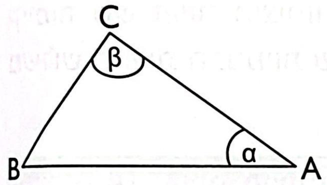
◇ הקשר בין אורך צלע המשולש לגודל הזווית שמולה-



ככל שצלע במשולש ארוכה יותר כך הזווית שמולה גדולה יותר, או בכיוון ההפוך- ככל שזווית במשולש גדולה יותר כך הצלע שמולה ארוכה יותר.

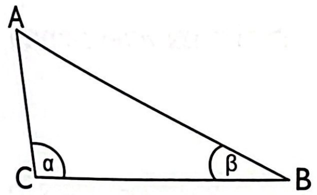
בשרטוט: BC>AC>AB, לכן $\alpha>\beta>\gamma$.

משפט 17: אם במשולש שתי צלעות שונות באורכן, מול הצלע הארוכה תהיה הזווית הגדולה.



בשרטוט: במשולש ABC הזווית β נמצאת מול הצלע AB והזווית α נמצאת מול הצלע BC. כיוון שהצלע AB ארוכה יותר מן הצלע BC, הרי שהזווית β גדולה יותר מהזווית α.

משפט 18: אם במשולש שתי זוויות שונות בגודלן, מול הזווית הגדולה תהיה הצלע הארוכה.



בשרטוט: הזווית α גדולה מהזווית β, ולכן הצלע AB הנמצאת מול α ארוכה יותר מן הצלע AC הנמצאת מול β.

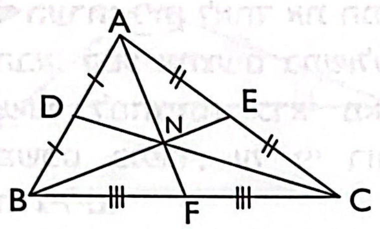
◄ מסקנות ממשפטים 17 ו- 18:

- אם במשולש שתי צלעות שוות באורכן, אז הזוויות מולן שוות בגודלן.
- אם במשולש שתי זוויות שוות בגודלן, אז הצלעות מולן שוות באורכן.
- במשולש קהה זווית, הצלע מול הזווית הקהה היא הארוכה ביותר (הרי הזווית הקהה במשולש היא הגדולה ביותר).
- במשולש ישר זווית, הצלע מול הזווית הישרה היא הארוכה ביותר (הרי הזווית הישרה במשולש היא הגדולה ביותר).
- אם במשולש צלע כלשהי אינה הארוכה ביותר אז הזווית מולה חדה.

◈ נקודת מפגש התיכונים במשולש -

במשפט 11 נכתב כי בכל משולש יש שלושה תיכונים הנחתכים באותה נקודה, נציין מהי התכונה שנקודה זו מקיימת.

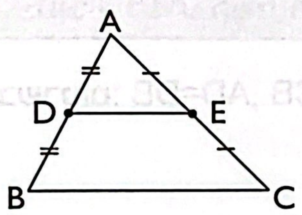
משפט 19: נקודת מפגש התיכונים במשולש מחלקת כל תיכון ביחס של 1:2 כך שהחלק הקרוב לקדקוד המשולש גדול פי 2 מן החלק האחר.



בשרטוט: N היא נקודת מפגש התיכונים AF, CD ו-BE ב- ΔABC, לכן: AN=2·NF , CN=2·ND , BN=2·NE .

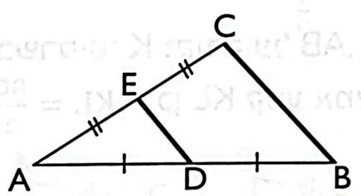
◈ קטע אמצעים במשולש -

קטע המחבר את שתי נקודות האמצע של שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.



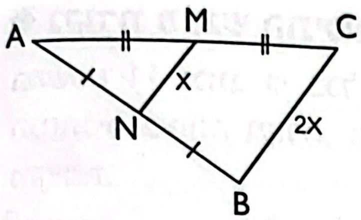
בשרטוט: AE=EC, AD=DB , לכן DE הוא קטע אמצעים ב- ΔABC.

משפט 20: קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית.



בשרטוט: E-אמצע AC, D-אמצע AB, לכן ED קטע אמצעים ב-ΔABC, מכאן ש-ED‖CB .

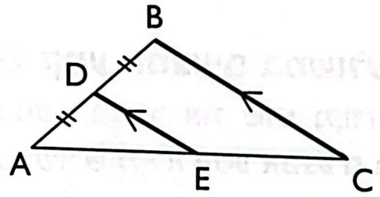
◀הערה: הוכחת המשפט בעמוד 119.



משפט 21: קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע השלישית.

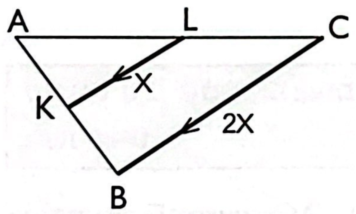
בשרטוט: M- אמצע הצלע AC, N- אמצע הצלע AB,
לכן MN קטע אמצעים ב-ΔABC, מכאן ש: $MN=\frac{1}{2}BC$.

◄**הערה:** ניתן לאחד את המשפטים 20 ו- 21 למשפט הבא: קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה. כדאי מאוד להתייחס גם אל כל משפט בנפרד, על פי רוב, נוח יותר לפתור כך תרגילים.



משפט 22: ישר החוצה צלע אחת במשולש, ומקביל לצלע השנייה, חוצה את הצלע השלישית.

בשרטוט: AD=DB, ED‖CB, לכן AE=EC.



משפט 23: קטע שקצותיו על שתי צלעות המשולש, המקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.

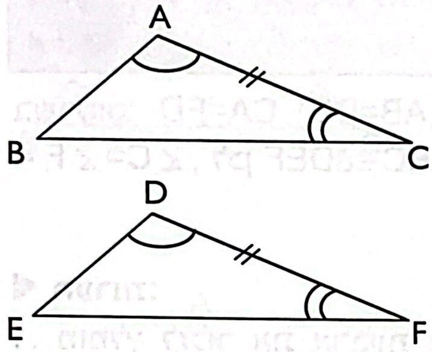
בשרטוט: K נקודה על AB, L נקודה על AC, KL‖BC,
$KL=\frac{BC}{2}$, לכן KL קטע אמצעים, AL=LC, AK=KB.

משולשים חופפים

◇ חפיפת משולשים -

שני משולשים השווים בשלוש זוויותיהם ושווים בשלוש צלעותיהם הם שני משולשים שיכולים לכסות זה את זה במדויק אם נניח אותם אחד על השני. שני משולשים כאלה נקראים **משולשים חופפים**.

ארבעת משפטי חפיפת משולשים

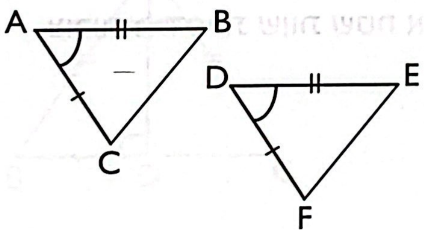


משפט 24: שני משולשים השווים בשתיים מזוויותיהם ובצלע עליה מונחות זוויות אלו חופפים זה לזה, נאמר בקיצור: ז.צ.ז.

בשרטוט: $AC=DF$, $\measuredangle A=\measuredangle D$, $\measuredangle C=\measuredangle F$, לכן ΔBAC ו- ΔEDF חופפים זה לזה, נכתוב זאת כך: $\Delta BAC \cong \Delta EDF$. (הסימן $\cong$ מייצג חפיפה)

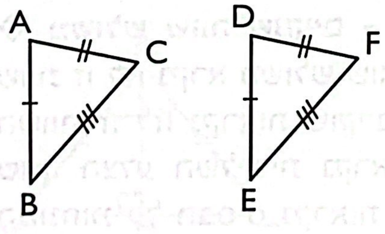
◀**הערה:** בבואנו לציין כי שני משולשים חופפים זה לזה, עלינו להתאים את קדקודי המשולש האחד לקדקודי המשולש האחר.

בשרטוט: $\measuredangle A=\measuredangle D$, $\measuredangle C=\measuredangle F$ ו- $\measuredangle B=\measuredangle E$, לכן נכתוב כי $\Delta ACB \cong \Delta DFE$.



משפט 25: שני משולשים השווים בשתיים מצלעותיהם ובזווית הכלואה ביניהן חופפים זה לזה, נאמר בקיצור: צ.ז.צ.

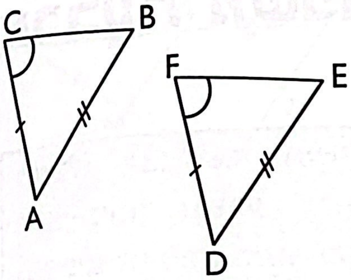
בשרטוט: $AB=DE$, $AC=DF$, $\measuredangle A=\measuredangle D$, לכן $\Delta CAB \cong \Delta FDE$.



משפט 26: שני משולשים השווים בשלוש צלעותיהם חופפים זה לזה, נאמר בקיצור: צ.צ.צ.

בשרטוט: $AB=DE$, $AC=DF$ ו- $BC=EF$, לכן $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

משפט 27: שני משולשים השווים בשתיים מצלעותיהם ובזווית הנמצאת מול הצלע הארוכה מבין השתיים, חופפים זה לזה, נאמר בקיצור: צ.צ.ז.



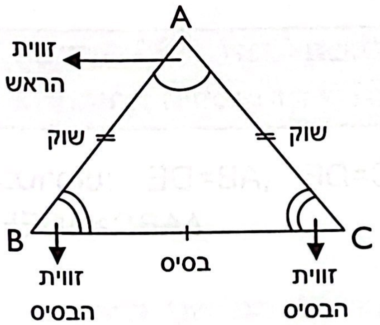
בשרטוט: CA=FD, AB=DE, ED>DF, BA>AC
ו- $\measuredangle C=\measuredangle F$, לכן $\Delta ABC\cong\Delta DEF$.

◀ **הערות:**

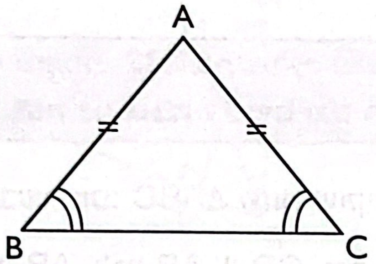
1. מומלץ לזכור את ארבעת משפטי חפיפת המשולשים על פי האותיות המציינות את המשפט: **ז.צ.ז**, **צ.ז.צ**, **צ.צ.צ** ו- **צ.צ.ז**.
2. בעת כתיבת פתרונות לשאלות בהנדסת המישור, תלמיד רשאי לציין את שמו של משפט החפיפה בו הוא משתמש, כך למשל יציין תלמיד כי השתמש במשפט החפיפה **צ.צ.צ** אין צורך לצטט את המשפט במלואו. קיימים 17 משפטים בהנדסת המישור אשר מותר לציין את שמם ואין צורך לצטט אותם והם מופיעים בעמוד 115.
3. שני משולשים שווי שטח אינם בהכרח משולשים חופפים.
4. מחפיפת המשולשים, נצא ונאמר כי שתי צורות הנדסיות אשר אפשר להניח אחת מהן על האחרת כך שתכסה אותה בדיוק, נקראות צורות חופפות. גם כאן, כמו משולשים, שתי צורות הנדסיות שוות שטח אינן בהכרח צורות חופפות.

משולש שווה שוקיים

◇ **משולש שווה שוקיים** - משולש בו שתי צלעות שוות זו לזו נקרא משולש שווה שוקיים. שתי הצלעות השוות זו לזו נקראות שוקיים, כל אחת מהן נקראת **שוק**. הצלע השלישית נקראת **בסיס**. שתי הזוויות המונחות על הבסיס נקראות זוויות הבסיס, כל אחת מהן נקראת **זווית הבסיס**. הזווית השלישית שמול הבסיס, זו הכלואה בין השוקיים, נקראת **זווית הראש** של המשולש שווה השוקיים.

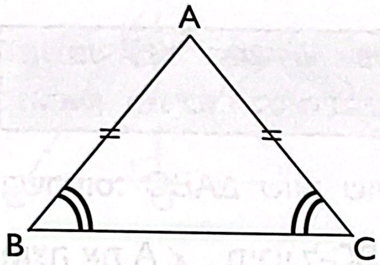


משפט 28: במשולש שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו.



בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים, $AB=AC$, לכן $\measuredangle ACB=\measuredangle ABC$.

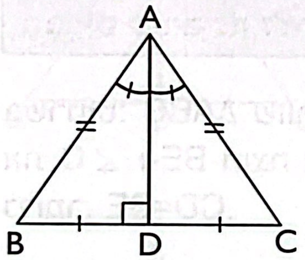
משפט 29: אם במשולש שתי זוויות שוות זו לזו, אז הוא משולש שווה שוקיים, והצלעות שמול הזוויות השוות נקראות שוקיים.



בשרטוט: $\measuredangle ACB=\measuredangle ABC$, לכן ΔABC שווה שוקיים, $AB=AC$.

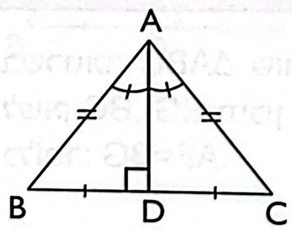
◀**הערה:** משפט 29 זהה למסקנה השנייה ממשפטים 17 ו- 18 במשמעותו.

משפט 30: במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש הוא גם גובה לבסיס וגם תיכון לבסיס.



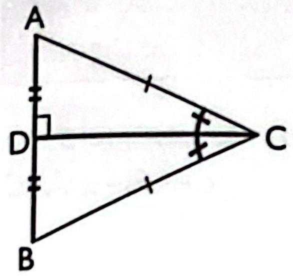
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(AB=AC)$ ובו AD חוצה את $\measuredangle A$, לכן: $BD=DC$ וגם $AD \perp BC$ $(\measuredangle ADB=90^\circ)$.

משפט 31: במשולש שווה שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס וגם חוצה זווית הראש.



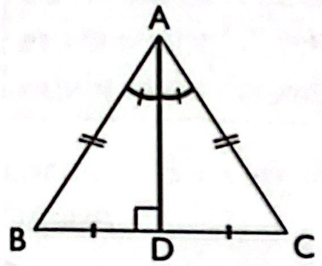
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(AB=AC)$ ובו AD גובה ל- BC $(\measuredangle ADB=90^\circ)$, לכן: $BD=DC$ וגם $\measuredangle BAD=\measuredangle DAC$.

משפט 32: במשולש שווה שוקיים התיכון לבסיס הוא גם גובה לבסיס וגם חוצה את זווית הראש.



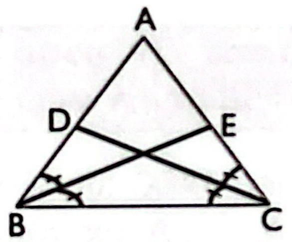
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(BC=AC)$ ובו CD תיכון ל-AB, לכן: $CD \perp AB$ וגם $\measuredangle BCD = \measuredangle ACD$.

משפט 33: במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.



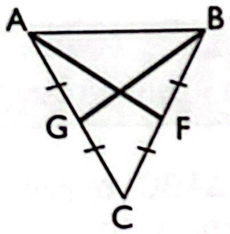
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(AB=AC)$, לכן AD חוצה את $\measuredangle A$, תיכון ל-BC, וגם $AD \perp BC$.

משפט 34: במשולש שווה שוקיים חוצי זוויות הבסיס שווים זה לזה.



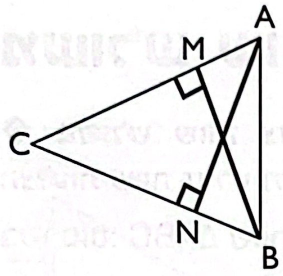
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(AB=AC)$, CD חוצה את $\measuredangle C$ ו-BE חוצה את $\measuredangle B$, לכן הם שווים זה לזה, כלומר: $CD=BE$.

משפט 35: במשולש שווה שוקיים התיכונים לשוקיים שווים זה לזה.



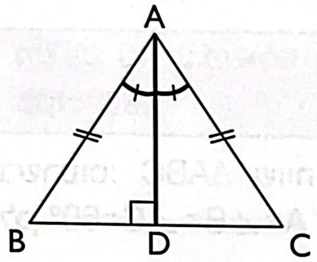
בשרטוט: ΔABC שווה שוקיים $(AC=BC)$, AF תיכון לשוק BC, BG תיכון לשוק AC, לכן הם שווים זה לזה, כלומר: $AF=BG$.

משפט 36: במשולש שווה שוקיים הגבהים לשוקיים שווים זה לזה.



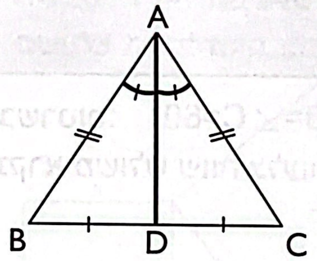
בשרטוט: BM גובה ל- AC ו- AN גובה ל- BC.
ΔABC שווה שוקיים (AC=CB) ולכן BM=AN.

משפט 37: אם במשולש חוצה זווית הוא גם גובה, אז המשולש שווה שוקיים.



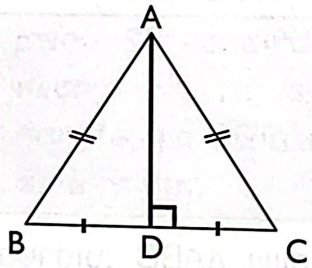
בשרטוט: AD חוצה את $\measuredangle A$ וגם גובה לצלע BC,
מכאן ש- ΔABC שווה שוקיים (AC=AB).

משפט 38: אם במשולש חוצה זווית הוא גם תיכון, אז המשולש שווה שוקיים.



בשרטוט: AD חוצה את $\measuredangle A$ וגם תיכון לצלע BC,
מכאן ש- ΔABC שווה שוקיים (AC=AB).

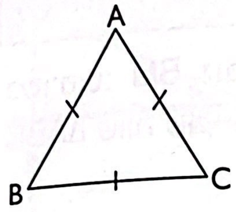
משפט 39: אם במשולש הגובה הוא גם תיכון, אז המשולש שווה שוקיים.



בשרטוט: AD גובה לצלע BC וגם תיכון לצלע BC,
מכאן ש- ΔABC שווה שוקיים (AC=AB).

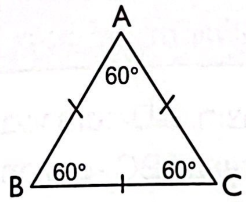
◀הערה: הוכחת המשפט בעמוד 120.

משולש שווה צלעות



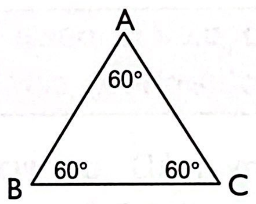
◈ **משולש שווה צלעות** - משולש בו שלוש הצלעות שוות זו לזו נקרא משולש שווה צלעות.

בשרטוט: ΔABC שווה צלעות, $AC=BC=AB$.



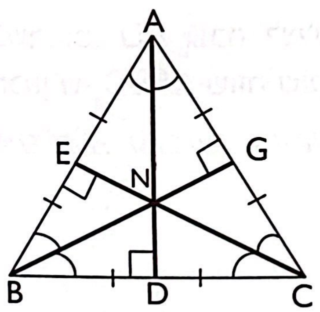
משפט 40: במשולש שווה צלעות כל הזוויות בנות $60°$.

בשרטוט: ΔABC שווה צלעות ($AB=BC=CA$),
לכן $\measuredangle A=\measuredangle B=\measuredangle C=60°$.



משפט 41- המשפט ההפוך למשפט 40: משולש בו כל זווית בת $60°$ הוא שווה צלעות.

בשרטוט: $\measuredangle A=\measuredangle B=\measuredangle C=60°$, לכן ΔABC נקרא משולש שווה צלעות ($AB=BC=CA$).

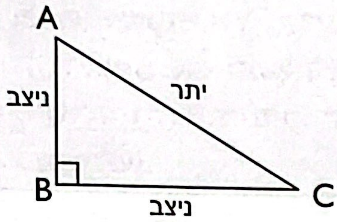


משפט 42: במשולש שווה צלעות, שלושת הגבהים הם גם שלושה תיכונים לצלעות המשולש, גם חוצים את זוויות המשולש וגם שווים זה לזה.

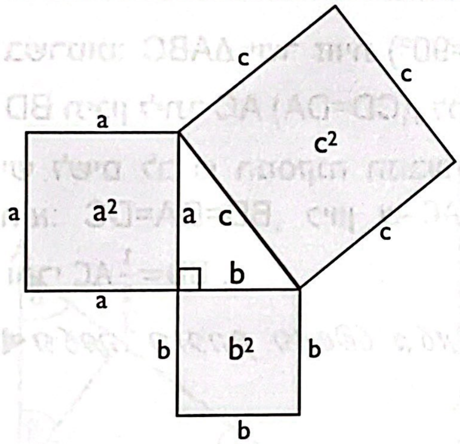
בשרטוט: ΔABC שווה צלעות ($AB=BC=AC$), AD גובה ותיכון ל-BC, BG גובה ותיכון ל-AC, CE גובה ותיכון ל-AB. כמו כן, AD חוצה את $\measuredangle A$, BG חוצה את $\measuredangle B$ ו-CE חוצה את $\measuredangle C$, בנוסף לכך, $AD=CE=BG$.

משולש ישר זווית

◈ **משולש ישר זווית** - משולש בעל זווית ישרה אחת נקרא משולש ישר זווית. שתי הצלעות הכולאות את הזווית הישרה נקראות ניצבים, כל אחת מהן נקראת **ניצב** ואילו הצלע השלישית, זו אשר מול הזווית הישרה נקראת **יתר.** (ברור אפוא, שהיתר היא הצלע הארוכה ביותר במשולש ישר זווית כיוון שהזווית הישרה היא הגדולה ביותר במשולש. כמו כן, סכום שתי הזוויות החדות במשולש ישר זווית הוא 90°, הרי סכום הזוויות במשולש הוא 180° והזווית הישרה בת 90°.)



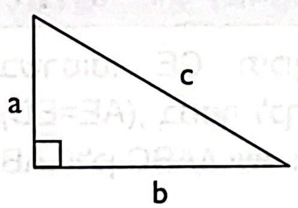
משפט 43 - משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.



◀**הערה:** משפט פיתגורס, כמו ארבעת משפטי חפיפת משולשים, ניתן לציין את שמו ואין חובה לצטט את כולו.

לשון אחר למשפט פיתגורס:

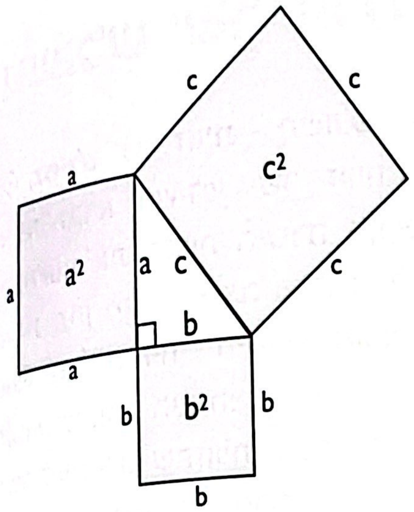
במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.



בשרטוט: a ו-b הם הניצבים במשולש ישר זווית, c הוא היתר במשולש, על פי משפט פיתגורס: $a^2+b^2=c^2$.

◀**הערה:** כדאי לזכור את משפט פיתגורס כך: $a^2+b^2=c^2$, זו הצורה הנוחה ביותר.

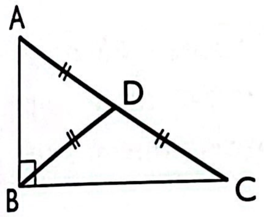
משפט 44- המשפט ההפוך למשפט פיתגורס: אם במשולש סכום השטחים של הריבועים הבנויים על שתי צלעות כלשהן שווה לשטח של הריבוע הבנוי על הצלע השלישית, אז המשולש ישר זווית. (הזווית הישרה נמצאת מול הצלע הארוכה ביותר במשולש).



בשרטוט: $a^2+b^2=c^2$, לכן המשולש ישר זווית.

◀**לשון אחר:** אם a, b ו-c שלוש צלעות במשולש המקיימות $a^2+b^2=c^2$, אז הזווית מול c בת $90°$.

משפט 45: במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.

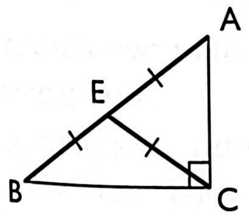


בשרטוט: ΔABC ישר זווית ($\measuredangle ABC=90°$) ובו BD תיכון ליתר AC (CD=DA), לכן $BD=\frac{1}{2}AC$.

יש לשים לב כי המסקנה הנובעת ממשפט זה היא: BD=DA=DC, כיוון ש- $AD=DC=\frac{1}{2}AC$ והרי $BD=\frac{1}{2}AC$.

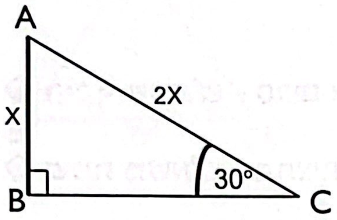
◀*הערה: הוכחת המשפט בעמוד 121.*

משפט 46: משולש שבו התיכון לאחת הצלעות שווה למחציתה הוא ישר זווית.



בשרטוט: CE תיכון לצלע AB ב-ΔABC (AE=EB), בנוסף לכך CE שווה למחצית הצלע AB, ולכן ΔABC ישר זווית ובו הזווית C ישרה.

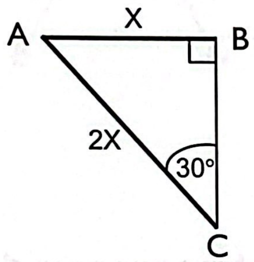
משפט 47: אם במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות בת $30°$, אז הניצב מולה שווה למחצית היתר.



בשרטוט: ΔABC ישר זווית ($\measuredangle B=90°$) ובו $\measuredangle C=30°$,
לכן $AB=\frac{1}{2}AC$.

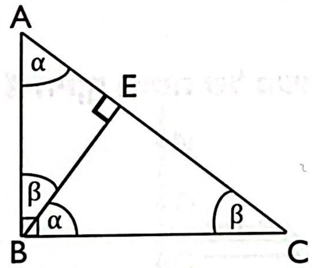
◀ *הערה: הוכחת המשפט בעמוד 122.*

משפט 48: במשולש ישר זווית שבו אחד הניצבים שווה למחצית היתר, שווה הזווית מולו $30°$.



בשרטוט: ΔABC ישר זווית ($\measuredangle B=90°$) ובו $AB=\frac{1}{2}AC$,
לכן $\measuredangle C=30°$. ($\measuredangle C$ מול הניצב AB השווה למחצית היתר AC)

משפט 49: הגובה ליתר במשולש ישר זווית מחלק את המשולש לשני משולשים השווים בשלוש זוויותיהם, כמו כן הם שווים בשלוש זוויותיהם גם למשולש ישר הזווית.



בשרטוט: BE גובה ליתר AC במשולש ישר הזווית ABC ($\measuredangle B=90°$), לכן ΔABE, ΔBCE ו-ΔACB שווים בזוויותיהם.

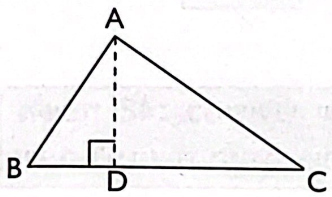
היקפים ושטחים של משולשים

◈ **היקף משולש** - סכום אורכי צלעות המשולש.

◈ **שטח משולש** - מחצית מכפלת אחת הצלעות של המשולש בגובה המורד אליה.

◈ **סימנים מקובלים: P - היקף, S - שטח.**

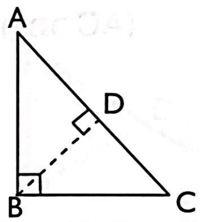
◀**היקף ושטח של משולש חד זוויות:**



$$P = AB + BC + CA$$

$$S = \frac{AD \cdot BC}{2}$$

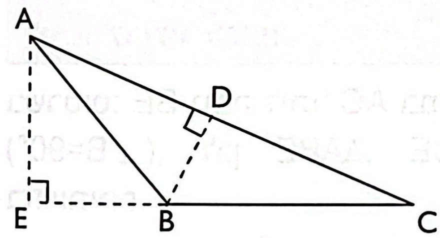
◀**היקף ושטח של משולש ישר זווית:**



$$P = AB + BC + CA$$

$$S = \frac{AB \cdot BC}{2} \quad ; \quad S = \frac{AC \cdot BD}{2}$$

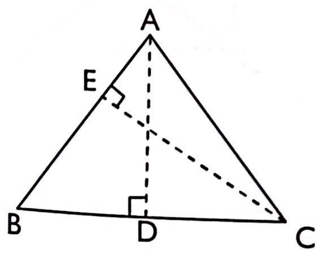
◀**היקף ושטח של משולש קהה זווית:**



$$P = AB + BC + CA$$

$$S = \frac{BD \cdot AC}{2} \quad ; \quad S = \frac{AE \cdot BC}{2}$$

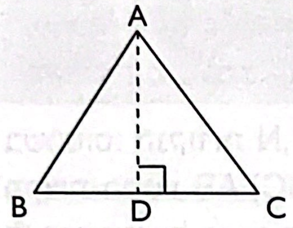
◀**היקף ושטח של משולש שווה שוקיים** (AC=AB):



$$P = AB + BC + CA = 2 \cdot AB + BC$$

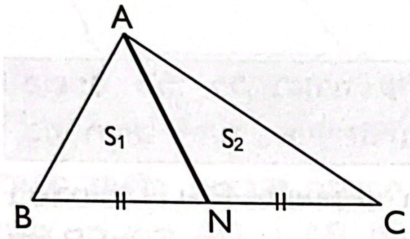
$$S = \frac{AD \cdot BC}{2} \quad ; \quad S = \frac{CE \cdot AB}{2}$$

◀ **היקף ושטח של משולש שווה צלעות:**



$P = AB + BC + CA = 3 \cdot AB$

$S = \frac{AD \cdot BC}{2}$



משפט 50: תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים בעלי שטחים שווים.

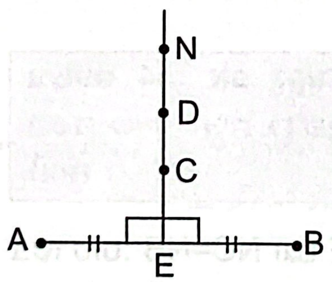
בשרטוט: AN תיכון ל-BC ב-ΔABC (BN=NC), S_1 מייצג את השטח של ΔABN ו- S_2 מייצג את השטח של ΔANC, מתקיים $S_1=S_2$, כלומר: $S_{\Delta ABN}=S_{\Delta ANC}$.

מסקנה ממשפט 50: $S_{\Delta ABN}= S_{\Delta ANC}=\frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$.

◀ *הערה: הוכחת המשפט בעמוד 123.*

◇ מקום גיאומטרי (הנדסי) -

אוסף נקודות המקיימות את אותה תכונה נקרא מקום גיאומטרי או מקום הנדסי.

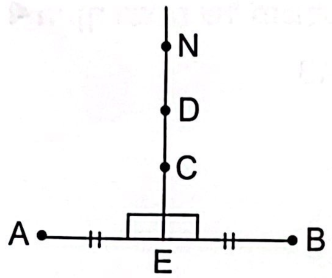


משפט 51: כל נקודה על האנך האמצעי של קטע נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע.

בשרטוט: הנקודות N, D ו- C נמצאות על האנך האמצעי לקטע AB, לכן הן במרחק שווה מהנקודות A ו- B, כלומר: AC=BC, AD=BD, AN=BN.

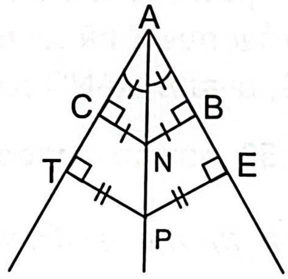
לשון אחר למשפט 51: האנך האמצעי של קטע כלשהו הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים מקצות הקטע.

משפט 52: כל נקודה הנמצאת במרחקים שווים מקצות קטע, נמצאת על האנך האמצעי לקטע.



בשרטוט: הנקודות N, D ו- C נמצאות במרחקים שווים מקצות הקטע AB (AN=BN ,AD=BD ,AC=BC), לכן הן נמצאות על האנך האמצעי לקטע.

משפט 53: כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי זווית זו.

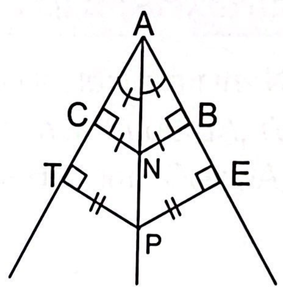


בשרטוט: N ו- P נמצאות על חוצה $\measuredangle A$, לכן CN=BN וגם TP=EP.

לשון אחר למשפט 53: חוצה זווית הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות הנמצאות במרחקים שווים משוקי הזווית.

◀**הערה:** יש לשים לב שהמרחק בין נקודה לישר הוא האנך המחבר את הנקודה לישר, כלומר מרחק N מהישר AE הוא NB מכיוון ש- B נמצאת על AE ומתקיים: $NB \perp AE$.

משפט 54: אם נקודה נמצאת במרחקים שווים משני שוקי זווית כלשהי, אז היא נמצאת על חוצה זווית זו.



בשרטוט: NC=NB וגם PT=PE , ולכן הנקודות N ו- P נמצאות על חוצה הזווית A.