מצולעים

1. כמה צלעות יש למצולע שסכום הזוויות הפנימיות שלו שווה $540°$?

(1) 5
(2) 6
(3) 8
(4) לא קיים מצולע כזה

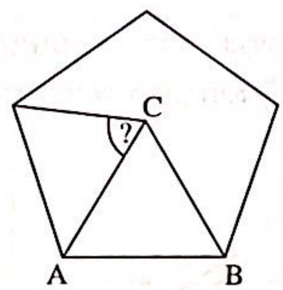
---

2. מה מספר האלכסונים במשושה (אלכסון הוא ישר המחבר שני קודקודים לא סמוכים במצולע)?

(1) 9
(2) 15
(3) 18
(4) 30

---

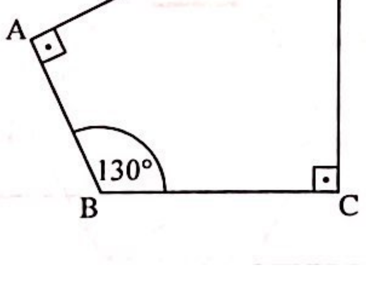
3. על צלעו של מחומש משוכלל נבנה משולש שווה-צלעות ABC (ראה סרטוט). על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?



(1) $84°$
(2) $60°$
(3) $48°$
(4) $66°$

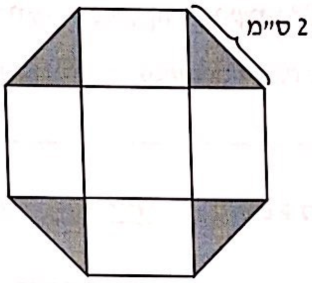
---

4. נתון מחומש ABCDE. על-פי נתוני הסרטוט, מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?



(1) $130°$
(2) $140°$
(3) $150°$
(4) $170°$

.5 נתון מתומן משוכלל שאורך צלעו 2 ס"מ. על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה גודלו של השטח האפור?



(1) $2\sqrt{2}$

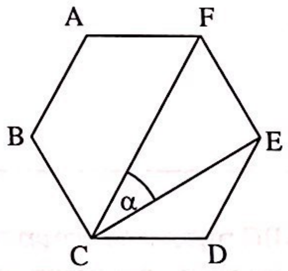
(2) 4

(3) $4\sqrt{2}$

(4) 2

.6 בסרטוט שלפניך ABCDEF משושה משוכלל.

$\alpha = ?$



(1) $22.5°$

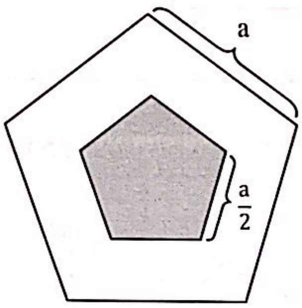
(2) $30°$

(3) $45°$

(4) לא ניתן לדעת מהנתונים

.7 בסרטוט שלפניך נתונים שני מחומשים משוכללים. צלעו של המחומש הגדול היא a וצלעו של המחומש הקטן היא $\frac{a}{2}$.

$$\frac{\text{היקף המחומש הקטן}}{\text{היקף המחומש הגדול}} = ?$$



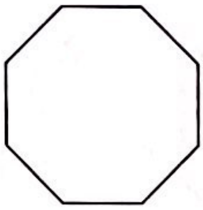
(1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{3}$

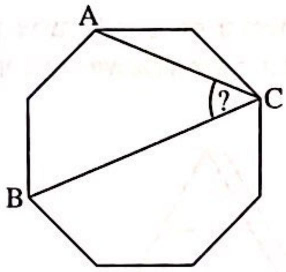
(4) 1

.8 בסרטוט שלפניך מתומן משוכלל. איזו מהצורות הבאות לא ניתן ליצור בעזרת העברת שני אלכסונים במתומן?



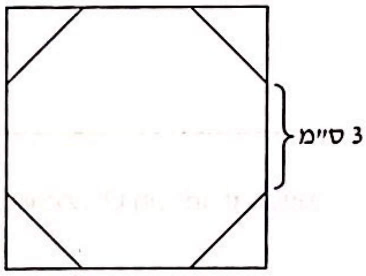
(1) מעוין
(2) מלבן
(3) משושה
(4) משולש שווה-צלעות

.9 הישרים AC ו- BC הם אלכסונים במתומן משוכלל (ראה סרטוט). על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה גודלה של הזווית המסומנת בסימן שאלה?



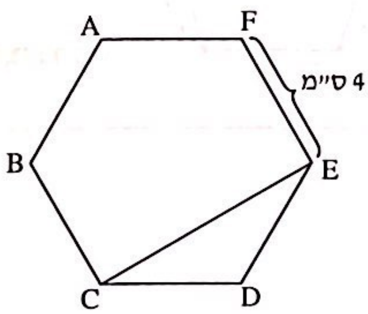
(1) $30°$
(2) $45°$
(3) $60°$
(4) $90°$

.10 בתוך ריבוע חסמו מתומן משוכלל שאורך צלעו 3 ס"מ (ראה סרטוט). מה היקף הריבוע (בס"מ)?



(1) $12(1+\sqrt{2})$
(2) $12+8\sqrt{2}$
(3) $12(1+2\sqrt{3})$
(4) 27

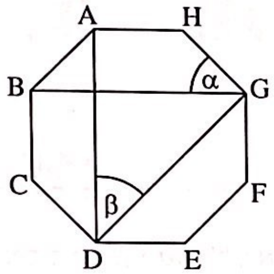
.11 בתוך משושה משוכלל ABCDEF שאורך צלעו 4 ס"מ העבירו אלכסון CE ויצרו משולש. מה שטחו של המשולש CDE?



(1) $\sqrt{3}$
(2) $\frac{16\sqrt{3}}{6}$
(3) $4\sqrt{3}$
(4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12. בסרטוט שלפניך ABCDEFGH מתומן משוכלל.

$\alpha + \beta = ?$



(1) $135°$

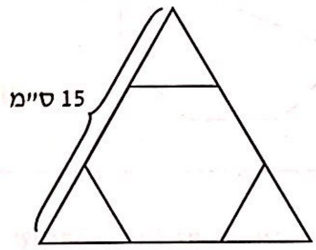
(2) $120°$

(3) $90°$

(4) $60°$

---

13. בתוך משולש שווה-צלעות שאורך צלעו 15 ס״מ חסמו משושה משוכלל (ראה סרטוט). מה שטחו של המשושה המשוכלל (בסמ״ר)?



(1) $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

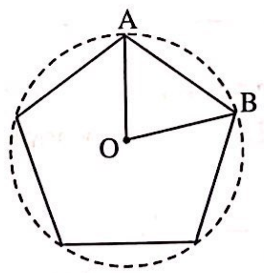
(2) $5\sqrt{3}$

(3) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

(4) $\frac{75\sqrt{3}}{2}$

---

14. המצולע שבסרטוט הוא מחומש משוכלל. O הוא מרכז המעגל החוסם את המחומש.
איזו מהאפשרויות הבאות נכונה בהכרח?



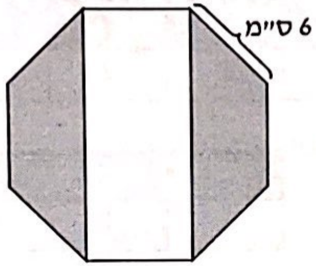
(1) $AO < AB$

(2) $AB < BO$

(3) $BO = AB$

(4) אף אחת מהנ״ל אינה נכונה בהכרח.

.15 נתון מתומן משוכלל שאורך צלעו 6 ס"מ. על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה גודלו של השטח האפור?



(1) $54\sqrt{3}$

(2) $36(\sqrt{2}+1)$

(3) $72\sqrt{2}$

(4) $27(\sqrt{3}+2)$

תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	1	1	4	2	2	2	2	4	2	1

שאלה	11	12	13	14	15
תשובה	3	3	4	1	2

פתרתי 15 שאלות - __________ נכונות, __________ אחחי הצלחה

.1 תשובה (1) נכונה.

כדאי לזכור בעל פה כי סכום הזוויות של מחומש שווה ל- $540°$.

נציב בנוסחת סכום זוויות במצולע:

$$180n - 360 = 540$$
$$180n = 900 \qquad /:90$$
$$2n = 10 \qquad /:2$$
$$n = 5$$

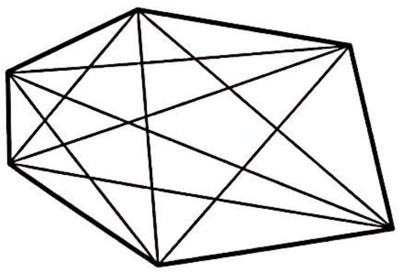
הערה: פתרנו על-פי הנוסחה המופיעה בדף הנוסחאות המצורף לבחינה. ישנה נוסחה נוספת שנהוג להשתמש בה, $180(n-2)$, וכאשר פותחים סוגריים מגיעים לנוסחה בה השתמשנו אנו:

$$180(n-2) = 180n - 360$$

.2 תשובה (1) נכונה.

נסרטט משושה ונספור את האלכסונים.

מצאנו כי יש 9 אלכסונים במשושה:



ניתן לפתור גם באמצעות נוסחה (n - מספר הצלעות):

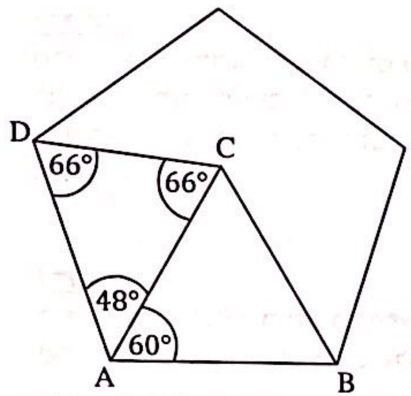
$$\frac{n\cdot(n-3)}{2} = \frac{6\cdot(6-3)}{2} = \frac{6\cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

הנוסחה דומה לנוסחת חישוב צירופים.

בתחילה אנו בוחרים את הקודקוד ממנו יצא האלכסון (6 אפשרויות), ולאחר מכן את הקודקוד אליו להעביר את האלכסון (3 אפשרויות - לא ניתן להעביר לקודקודים הסמוכים), ולבסוף מחלקים ב-2, מכיוון שהעברת אלכסון היא "פעולה הדדית" - אלכסון מקודקוד A לקודקוד D הוא גם האלכסון מקודקוד D לקודקוד A.

.3 תשובה (4) נכונה.

תחילה נחשב את גודל הזווית של מחומש משוכלל:



$$180° - \frac{360°}{5} = 180° - 72° = 108°$$

הזוויות במשולש שווה-צלעות שוות ל- 60°.

נחשב את זווית $\sphericalangle DAC$:

$$\sphericalangle DAC = 108° - 60° = 48°$$

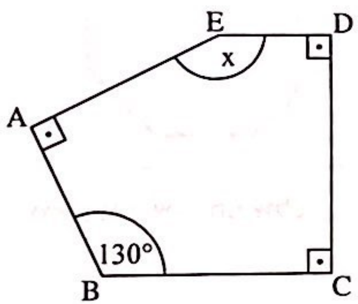
מכיוון שמשולש ACB הוא משולש שווה-צלעות, הצלע AC שווה לצלע AB ולכן שווה לצלעות המחומש, ביניהן הצלע DA.

מצאנו כי משולש ADC הוא משולש שווה-שוקיים, ולכן זוויות הבסיס שלו שוות:

$$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ACD = \frac{180° - 48°}{2} = \frac{132°}{2} = 66°$$

.4 תשובה (2) נכונה.

סכום הזוויות במחומש הוא:



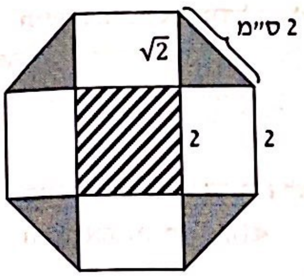
$$180(n-2) = 180(5-2) = 180 \cdot 3 = 540$$

נחשב את הזווית המבוקשת:

$$x + 90° + 130° + 90° + 90° = 540°$$
$$x = 540° - 400° = 140°$$

---

5. תשובה (2) נכונה.



דרך א' -

סכום שטחי ארבעת המשולשים שווה לשטח הריבוע במרכז המתומן (הריבוע המפוספס).
צלע הריבוע שווה לצלע המתומן, ולכן שטחו של הריבוע הוא:

$$2^2 = 4$$

דרך ב' -

המשולשים האפורים הם משולשי כסף (ישרי-זווית ושווי-שוקיים). נחשב את הניצבים שלהם.
יחסי הצלעות במשולש כסף הם $a : a : a\sqrt{2}$. על מנת לחשב את אורך הניצב נחלק את היתר ב- $\sqrt{2}$:

$$\text{ניצב} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

אפשר גם לחשב בעזרת משפט פיתגורס רגיל:

$$(\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2 = (\text{יתר})^2$$
$$2\cdot(\text{ניצב})^2 = 2^2$$
$$2\cdot(\text{ניצב})^2 = 4 \qquad /:2$$
$$(\text{ניצב})^2 = 2 \qquad /\sqrt{}$$
$$\text{ניצב} = \sqrt{2}$$

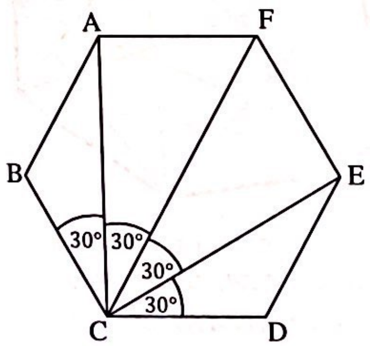
נחשב את שטח המשולש:

$$\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

שטח משולש אחד הוא 1 סמ״ר, שטח ארבעת המשולשים הוא 4 סמ״ר.

---

6. תשובה (2) נכונה.



נחשב תחילה את גודל הזווית במשושה משוכלל:

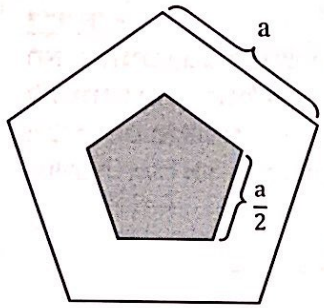
$$180° - \frac{360°}{n} = 180° - \frac{360°}{6} =$$
$$180° - 60° = 120°$$

האלכסונים במצולע משוכלל מחלקים את זווית המצולע לזוויות שוות. נחשב את α:

$$\alpha = \frac{180°}{4} = 30°$$

7. תשובה (2) נכונה.

שני המחומשים משוכללים, ולכן אם אנו יודעים צלע אחת, שלהם מיד ניתן לחשב את ההיקף :



מחומש גדול : 5a

מחומש קטן : 2.5a

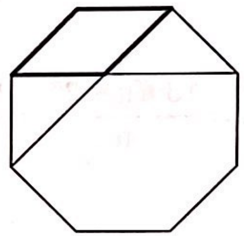
נחשב את גודל הביטוי המבוקש :

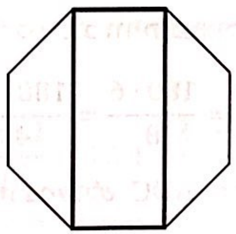
$$\frac{\text{היקף קטן}}{\text{היקף גדול}} = \frac{2.5a}{5a} = \frac{1}{2}$$

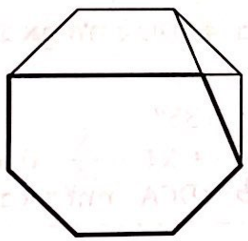
---

8. תשובה (4) נכונה.

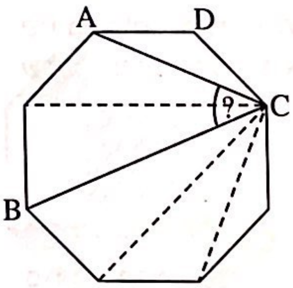
נראה דוגמאות לצורות המופיעות בכל אחת מהתשובות, למעט תשובה (4) :

(1) 

(2) 

(3) 

.9 תשובה (2) נכונה.



דרך א' -

האלכסונים במצולע משוכלל מחלקים את זווית המצולע לזוויות שוות. הזווית המבוקשת שווה ל-2 זוויות בין אלכסונים סמוכים.

נחשב תחילה את גודל הזווית במתומן משוכלל:

$$180° - \frac{360°}{n} = 180° - \frac{360°}{8} =$$

$$180° - 45° = 135°$$

כעת נחשב את גודלה של הזווית המבוקשת:

$$\alpha = 2 \cdot \frac{135°}{6} = \frac{2 \cdot 135°}{6} = \frac{1 \cdot 135°}{3} = 45°$$

דרך ב' -

משולש ADC הוא משולש שווה-שוקיים.

נחשב את זווית $\sphericalangle ADC$ בעזרת הנוסחה לחישוב זווית במצולע משוכלל:

$$\sphericalangle ADC = \frac{180(n-2)}{n} = \frac{180(8-2)}{8} = \frac{180 \cdot 6}{8} = \frac{180 \cdot 3}{4} = \frac{45 \cdot 3}{1} = 135°$$

נחשב את זווית $\sphericalangle DCA$ לפי סכום זוויות במשולש ADC :

$$\sphericalangle DCA = \frac{180 - 135}{2} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}°$$

זווית $\sphericalangle DCB$ שווה למחצית מזווית של המתומן:

$$\sphericalangle DCB = \frac{135}{2} = 67\frac{1}{2}°$$

נחשב את הזווית המבוקשת $\sphericalangle ACB$:

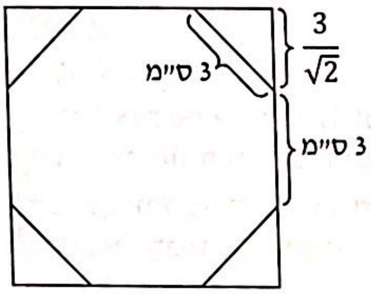
$$\sphericalangle ACB = \sphericalangle DCB - \sphericalangle DCA = 67\frac{1}{2}° - 22\frac{1}{2}° = 45$$

דרך ג' -

נחבר את AB. על-פי הסרטוט ניתן לראות כי זווית $\sphericalangle BAC = 90°$ (מכיוון שמדובר בצורה משוכללת ניתן להסתמך על הסרטוט. בנוסף, אם תדמיינו מעגל חוסם למתומן, הזווית נשענת על הקוטר BC).

משולש ABC הוא שווה-שוקיים, ולכן $\sphericalangle ACB = 45°$.

.10 תשובה (1) נכונה.



המשולשים בפינות הריבוע הם משולשי כסף, שאורך היתר שלהם שווה ל-3 (צלע המתומן).

יחסי הצלעות במשולש כסף הם $a : a : a\sqrt{2}$. על-מנת לחשב את אורך הניצב נחלק את היתר ב- $\sqrt{2}$:

$$\text{ניצב} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

אפשר גם לחשב בעזרת משפט פיתגורס רגיל:

$$(\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2 = (\text{יתר})^2$$

$$2 \cdot (\text{ניצב})^2 = 3^2$$

$$2 \cdot (\text{ניצב})^2 = 9 \qquad /:2$$

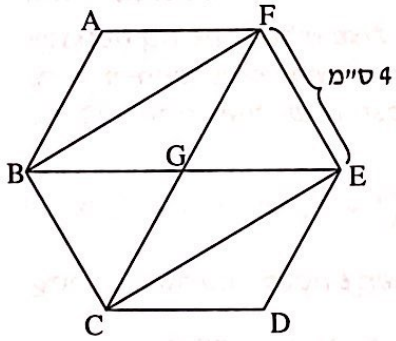
$$(\text{ניצב})^2 = \frac{9}{2} \qquad /\sqrt{\ }$$

$$\text{ניצב} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

נחשב את היקף הריבוע:

$$4 \cdot 3 + 8 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 12 + \frac{24}{\sqrt{2}} = 12 + \frac{12 \cdot 2}{\sqrt{2}} = 12 + \frac{12 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 12 + 12\sqrt{2}$$

.11 תשובה (3) נכונה.



נעביר אלכסונים במשושה באופן המתואר בסרטוט.

שטח משולש CDE שווה לשטח משולש CGE, ושטח משולש ABF שווה לשטח משולש GBF.

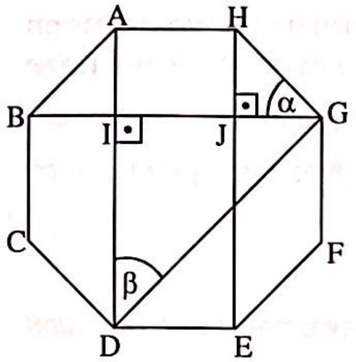
האלכסונים במלבן מחלקים אותו ל-4 משולשים בעלי שטח זהה.

מצאנו כי שטח משולש CDE שווה לשטח משולש FGE.

משולש FGE הוא משולש שווה-צלעות, ולכן ניתן לחשב את שטחו בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה-צלעות:

$$S_{\Delta CDE} = S_{\Delta FGE} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3}$$

.12 תשובה (3) נכונה.



<u>דרך א׳:</u>

נעביר את האלכסון HE.

ניתן לראות שמשולש HJG ומשולש DIG הם משולשי כסף (ישרי-זווית ושווי-שוקיים).

לכן, גם זווית α וגם זווית β שוות כל אחת ל- 45°.

נחשב את הביטוי המבוקש:

$$\alpha + \beta = 45° + 45° = 90°$$

<u>דרך ב׳:</u>

ניתן לחשב את גודלן של זוויות α ו- β על-ידי העברת האלכסונים מהקודקודים של הזוויות.

האלכסונים במצולע משוכלל מחלקים את זווית המצולע לזוויות שוות. גם זווית α וגם זווית β שוות כל אחת ל-2 זוויות בין אלכסונים סמוכים. נחשב תחילה את גודל הזווית במתומן משוכלל:

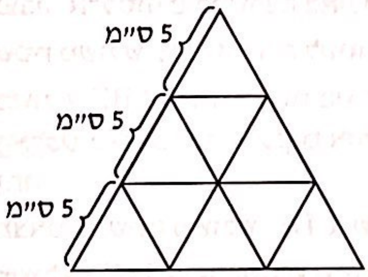
$$180° - \frac{360°}{n} = 180° - \frac{360°}{8} = 180° - 45° = 135°$$

כעת נחשב את גודלה של הזווית המבוקשת:

$$\alpha = \beta = 2 \cdot \frac{135°}{6} = \frac{2 \cdot 135°}{6} = \frac{1 \cdot 135°}{3} = 45°$$

$$\alpha + \beta = 45° + 45° = 90°$$

.13 תשובה (4) נכונה.



צלע המשושה שווה לשליש מצלע המשולש הגדול - 5 ס״מ.

נחלק את המשושה ל-6 משולשים שווי-צלעות.

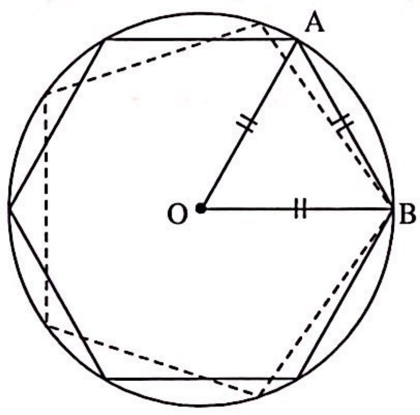
נחשב את שטח משולש שווה-הצלעות:

$$\frac{5^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

שטח המשושה שווה לשטח 6 משולשים:

$$6 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{6 \cdot 25\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot 25\sqrt{3}}{2} = \frac{75\sqrt{3}}{2}$$

.14 תשובה (1) נכונה.



כשאשר חוסמים משושה משוכלל במעגל, הרדיוסים של המעגל יוצרים משולשים שווי-צלעות עם צלעות המשושה.

אם נחסום באותו מעגל מחומש משוכלל, צלעות המחומש יהיו ארוכות יותר מצלעות המשושה, ולכן יהיו ארוכות יותר מהרדיוסים.

ניתן לראות בסרטוט כי צלע המחומש גדולה מצלע המשושה החסום באותו מעגל.

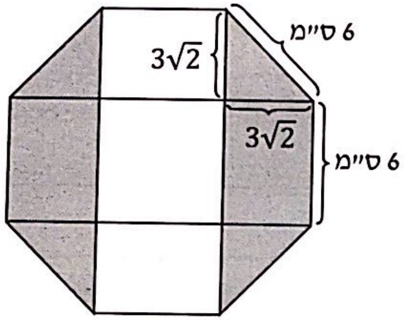
.15 תשובה (2) נכונה.

נעביר אלכסונים במתומן כמתואר בסרטוט.

המשולשים שנוצרו הם משולשי כסף.

יחסי הצלעות במשולש כסף הם $a : a : a\sqrt{2}$. על מנת לחשב את אורך הניצב נחלק את היתר ב- $\sqrt{2}$:

$$\text{ניצב} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3 \cdot \sqrt{2}$$



אפשר גם לחשב בעזרת משפט פיתגורס רגיל:

$$(\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2 = (\text{יתר})^2$$

$$2 \cdot (\text{ניצב})^2 = 6^2$$

$$2 \cdot (\text{ניצב})^2 = 36 \qquad /:2$$

$$(\text{ניצב})^2 = 18 \qquad /\sqrt{\ }$$

$$\text{ניצב} = \sqrt{18} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

נחשב את שטח הטרפז האפור:

$$\frac{(\text{סכום הבסיסים}) \cdot \text{גובה}}{2} = \frac{\left[6 + \left(6 + 2 \cdot 3\sqrt{2}\right)\right] \cdot 3\sqrt{2}}{2} = \frac{\left(6 + 6 + 6\sqrt{2}\right) \cdot 3\sqrt{2}}{2} =$$

$$\frac{\left(12 + 6\sqrt{2}\right) \cdot 3\sqrt{2}}{2} = \frac{36\sqrt{2} + 18\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{36\sqrt{2} + 18 \cdot 2}{2} = \frac{36\sqrt{2} + 36}{2} =$$

$$\frac{36\left(\sqrt{2} + 1\right)}{2} = 18\left(\sqrt{2} + 1\right)$$

השטח האפור שווה לפעמיים שטח הטרפז:

$$2 \cdot 18\left(\sqrt{2} + 1\right) = 36\left(\sqrt{2} + 1\right)$$