

## פרק רביעי – טכניקה אלגברית

### כינוס איברים דומים

באלגברה אנו משתמשים בסימנים כדי לייצג מספרים. הסימנים יכולים להיות משתנים ויכולים להיות קבועים.

לדוגמה, נוכל להשתמש ב- $x$  כדי לייצג מספר כלשהו.

איבר הוא ביטוי אלגברי כמו:  $\frac{x}{3}, 2x, 3, \frac{1}{x}, x^2$ .

איברים דומים הם איברים שיש להם את אותם המשתנים ובאותה חזקה. מהדוגמאות שלעיל האיברים הדומים הם:  $\frac{x}{3}, 3, x, 2x$ . זאת מכיוון שארבעת האיברים מכילים את המשתנה  $x$  בחזקת 1 (ולא 1 – או 2).

כאשר איברים דומים מופיעים בתרגיל חיבור נוכל לכנס אותם. למשל, לחבר את המקדמים.

$$\text{דוגמא: } ? = 2x + \frac{x}{3} + 6x + x^2$$

האיברים הדומים בתרגיל הם:  $\frac{x}{3}, x, 2x$  ו- $x^2$ . לכן נוכל לחבר את המקדמים שלהם.

$$2x + \frac{x}{3} + 6x + x^2 = 8\frac{1}{3}x + x^2$$

נשים לב כי המקדם של  $\frac{x}{3}$  הוא  $\frac{1}{3}$ .

### תרגול

1)  $x + 2x =$

2)  $2x - 3x =$

3)  $5x + \frac{1}{2}x =$

4)  $15x + 6\frac{1}{2}x =$

5)  $3.2x + 5x =$

6)  $8.1x + 14x^2 =$

7)  $5y + 2x =$

8)  $2.4y + 5x + 3y =$

9)  $2.5x^2 + 5y^2 + 12y^2 =$

10)  $5a + 2b + 3ab + 2a =$

11)  $10z + 3x + 4x =$

12)  $z + x + y + 5z + 2y =$

13)  $14x - 2z - 15x + 17z =$

14)  $5a^2 + 3z - 16.5a^2 =$

15)  $-18.7x - 13y^2 - 2.5x =$

16)  $x + xy + yx + y - 3x + 2y =$

17)  $2x^2y + y^2x - 5x^2y + 2y =$

18)  $2.25a + 3.75b - 5.2a + 1.5b =$

19)  $7.5c^2 - 2\frac{1}{2}c^2 + 3b + 4c^2 =$

20)  $\frac{1}{5}a + 3.4b + 5c + 4a - 6b =$

**מפתח תשובות**

<b>תרגיל</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>תשובה</b>	$3x$	$-x$	$5\frac{1}{2}x$
<b>תרגיל</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>תשובה</b>	$21\frac{1}{2}x$	$8.2x$	$8.1x + 14x^2$
<b>תרגיל</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>תשובה</b>	$5y + 2x$	$5.4y + 5x$	$2.5x^2 + 17y^2$
<b>תרגיל</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>תשובה</b>	$7a + 2b + 3ab$	$10z + 3x + 4x$	$x + 3y + 6z$
<b>תרגיל</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
<b>תשובה</b>	$15z - x$	$-11.5a^2 + 3z$	$-13y^2 - 21.2x$
<b>תרגיל</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
<b>תשובה</b>	$3y - 2x + 2xy$	$y^2x - 3x^2y + 2y$	$5.25b - 2.95a$
<b>תרגיל</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	
<b>תשובה</b>	$9c^2 + 3b$	$5c + 4.2a - 2.6b$	

**כפל איברים**

הכפלת ביטויים אלגבריים כוללת הכפלת הערכים המספריים והכפלת של המשתנים.

$$\text{דוגמה: } 3m \cdot (-4m) \cdot 2n = ?$$

$$\text{נכפיל את הערכים המספריים: } 3 \cdot (-4) \cdot 2 = -24$$

$$\text{נכפיל את המשתנים: } m \cdot m \cdot n = m^2 n$$

$$\text{בuckבות כך התשובה היא: } 3m \cdot (-4m) \cdot 2n = -24m^2n$$

**תרגול**

$$1) a \cdot 2a =$$

$$2) 3a \cdot b$$

$$3) 6x \cdot 3y =$$

$$4) a \cdot 3b \cdot 4 =$$

$$5) -2a \cdot 5b =$$

$$6) 3a \cdot 5b \cdot 2b =$$

$$7) 4d \cdot 2e \cdot 3f =$$

$$8) 2r \cdot (-3s) \cdot 5 =$$

$$9) 7a \cdot (-5a) \cdot bc =$$

$$10) 2ab \cdot 2bc =$$

$$11) 3ac \cdot 5bc =$$

$$12) -9l \cdot 2m \cdot 3kl =$$

$$13) 5c \cdot (-(-4d)) =$$

$$14) 3x \cdot 4xy \cdot 2z =$$

$$15) 6y \cdot 2x \cdot 12xy =$$

$$16) 7a \cdot 8ab \cdot b =$$

$$17) 3mk \cdot 7k \cdot (-(-2am)) =$$

$$18) 4.5ab \cdot 2bc \cdot 4ac =$$

$$19) xy \cdot yz \cdot xz =$$

$$20) 3acd \cdot 6abc \cdot 4bd =$$

## מפתח תשוכות

3	2	1	תרגיל
18xy	3ab	$2a^2$	תשובה
6	5	4	תרגיל
$30ab^2$	$-10ab$	12ab	תשובה
9	8	7	תרגיל
$-35a^2bc$	$-30rs$	$24def$	תשובה
12	11	10	תרגיל
$-54l^2mk$	$15abc^2$	$4ab^2c$	תשובה
15	14	13	תרגיל
$144x^2y^2$	$24x^2yz$	$20cd$	תשובה
18	17	16	תרגיל
$36a^2b^2c^2$	$42am^2k^2$	$56a^2b^2$	תשובה
	20	19	תרגיל
	$72a^2b^2c^2d^2$	$x^2y^2z^2$	תשובה

## חוק הפילוג

חוק הפילוג מבטא את יכולת לחלק את פועלות המכפל לשני חלקים ויתר.

דוגמה:

$$\text{אנחנו ידעים ש: } 4 \cdot 5 = 20$$

אפשר לכתוב את המכפל גם כך:  $(2 + 3) \cdot 4$

על פי חוק הפילוג علينا לכפול את 4 בכל מחובר הנמצא בסוגרים ולחבר את התוצאות.

$$\text{כלומר: } 4 \cdot (3 + 2) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 12 + 8 = 20$$

באופן אלגברי ניתן לכתוב את חוק הפילוג כך:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

שימוש לב: בכתיבה מקוצר ניתן להשמיט את סימן המכפל שלפני הסוגרים.

## תרגול

- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $2(x + 1) =$              | 2) $3(y - 2) =$             |
| 3) $5(x + 7) =$              | 4) $-x(y + 5) =$            |
| 5) $-(x - 4) \cdot 3 =$      | 6) $(-a - b) \cdot 7 =$     |
| 7) $x(x + 5) =$              | 8) $x(x - 8) =$             |
| 9) $3x(x - 9) =$             | 10) $8(5a - 4b) \cdot c =$  |
| 11) $k(4k - 5) \cdot 9 =$    | 12) $-2(t - 6) \cdot 3t =$  |
| 13) $k(7m - 3) \cdot m =$    | 14) $-5(3t + 6s) \cdot r =$ |
| 15) $8b(3b + 9a) =$          | 16) $5s(4 + 5s) =$          |
| 17) $-(8 + r + s) \cdot 6 =$ | 18) $4(-6 - 7n - 2m) =$     |
| 19) $-(-t + 12s + 4)2 =$     | 20) $-2(-4a - 6b + 5) =$    |

## מפתח תשוכות

תרגיל	1	2	3
תשובה	$2x + 2$	$3y - 6$	$5x + 35$
תרגיל	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
תשובה	$-xy - 5x$	$-3x + 12$	$-7a - 7b$
תרגיל	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
תשובה	$x^2 + 5x$	$x^2 - 8x$	$3x^2 - 27x$
תרגיל	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
תשובה	$40ac - 32bc$	$36k^2 - 45k$	$-6t^2 + 36t$
תרגיל	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
תשובה	$7m^2k - 3mk$	$-15tr - 30sr$	$24b^2 + 72ab$
תרגיל	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
תשובה	$25s^2 + 20s$	$-48 - 6r - 6s$	$-24 - 28n - 8m$
תרגיל	<b>19</b>	<b>20</b>	
תשובה	$2t - 24s - 8$	$8a + 12b - 10$	

## חוק הפילוג המורחב

חוק הפילוג המורחב מבטא כפל של שני ביטויים או יותר הנמצאים בתוך סוגרים.

$$\text{נוכל לבטא את החוק באופן אלגברי: } (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

כאשר נרצה לפתח סוגרים ניקח גורם מתוך הסוגרים הראשונים ונכפיל אותו בכל גורם בסוגרים האחרים.نعשה כך עם כל גורם בסוגרים הראשונים ולבסוף נחבר את המכפלות.

$$\text{דוגמה: } (x + 3)(x + 2) = ?$$

$$(x + 3)(x + 2) = x \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 2 \cdot 3 = x^2 + 5x + 6$$

### תרגול

$$1) (x + 3)(x + 1) =$$

$$2) (x - 2)(x + 5) =$$

$$3) (x - 4)(x - 6) =$$

$$4) (x - 9)(x - 4) =$$

$$5) (a - b)(a + c) =$$

$$6) (5 + x)(5 + x) =$$

$$7) (3k - 4)(5 + k) =$$

$$8) (3 - r)(r + 2) =$$

$$9) (7 - x)(x - 6) =$$

$$10) -(x + 6)(x + 9) =$$

$$11) (x - 7)(x + 7) =$$

$$12) (-4 + 2x)(7 - 5x) =$$

$$13) (m + 1)(m + 5) =$$

$$14) (2r + 2 + r)(5 + r) =$$

$$15) (7x - 5)(9 + x) =$$

$$16) (x + 4 - 2x)(5 + 9x) =$$

$$17) (x + 1)(x + y - 1) =$$

$$18) (2x + 7)(1 - 3x) =$$

$$19) (5x - 6)(7 - 3x) =$$

$$20) (5x - 8)(5x + 8) =$$

## מפתח תשוכות

3	2	1	תרגיל
$x^2 - 10x + 24$	$x^2 + 3x - 10$	$x^2 + 4x + 3$	תשובה
6	5	4	תרגיל
$x^2 + 10x + 25$	$a^2 + ac - ab - bc$	$x^2 - 13x + 36$	תשובה
9	8	7	תרגיל
$-x^2 + 13x - 42$	$-r^2 + r + 6$	$3k^2 + 11k - 20$	תשובה
12	11	10	תרגיל
$-10x^2 + 34x - 28$	$x^2 - 49$	$-x^2 - 15x - 54$	תשובה
15	14	13	תרגיל
$7x^2 + 58x - 45$	$3r^2 + 17r + 10$	$m^2 + 6m + 5$	תשובה
18	17	16	תרגיל
$-6x^2 - 19x + 7$	$x^2 + xy + y - 1$	$-9x^2 + 31x + 20$	תשובה
	20	19	תרגיל
	$25x^2 - 64$	$-15x^2 + 53x - 42$	תשובה

## פירוק לגורמים ע"י הוצאת גורם משותף מקסימלי

בהינתן ביטוי אלגברי נמצאת את הגורם המשותף הגדול ביותר לכל הגורמים ונוציא אותו מהסוגרים.

דוגמה:  $3x + 6 = ?$

הגורמים בביטוי האלגברי הנתון הם  $x$  ו-6. הגורם המשותף והגדול ביותר לשניהם הוא 3.

נמצא 3 מהסוגרים:  $3(x + 2)$

למעשה, בתת הנושאים הקודמיים למדנו כיצד לפתח סוגרים. בתת הנושא הנוכחי אנו לומדים כיצד לבצע את הפעולה ההפוכה.

### תרגול

- |                               |                                 |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $5x + 25 =$                | 2) $8y - 16 =$                  |
| 3) $13x + 26 =$               | 4) $12a + 144 - 24b =$          |
| 5) $2x^2 + 4x - 16 =$         | 6) $10x + 5y + 15z =$           |
| 7) $7xy + 35x^2 + 14x =$      | 8) $24x + 64 =$                 |
| 9) $49a + 28b + 63c =$        | 10) $56x + 88y - 48 =$          |
| 11) $60x - 36y + 144 =$       | 12) $-15x - 75y + 30 =$         |
| 13) $33x^2 - 55x + 121 =$     | 14) $30x - 36y + 54z =$         |
| 15) $15xy + 20x^2y - 5xy^2 =$ | 16) $3abc - 12bc + 15bcd =$     |
| 17) $27xy^2 - 36y + 15xy =$   | 18) $52x^2y + 13x^2 - 26x^2z =$ |
| 19) $51abc - 17ab + 34abd =$  | 20) $21t^2r - 9tr + 18tr^2 =$   |

## מפתח תשוכות

3	2	1	תרגיל
$13(x + 2)$	$8(y - 2)$	$5(x + 5)$	תשובה
<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	תרגיל
$5(2x + y + 3z)$	$2(x^2 + 2x - 8)$	$12(a + 12 - 2b)$	תשובה
<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	תרגיל
$7(7a + 4b + 9c)$	$8(3x + 8)$	$7x(y + 5x + 2)$	תשובה
<b>12</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	תרגיל
$-15(x + 5y - 2)$	$12(5x - 3y + 12)$	$8(7x + 11y - 6)$	תשובה
<b>15</b>	<b>14</b>	<b>13</b>	תרגיל
$5xy(3 + 4x - y)$	$6(5x - 6y + 9z)$	$11(3x^2 - 5x + 11)$	תשובה
<b>18</b>	<b>17</b>	<b>16</b>	תרגיל
$13x^2(4y + 1 - 2z)$	$3y(9xy - 12 + 5x)$	$3bc(a - 4 + 5d)$	תשובה
	<b>20</b>	<b>19</b>	תרגיל
	$3tr(7t - 3 + 6r)$	$17ab(3c - 1 + 2d)$	תשובה

## שלוש נוסחאות הכפל המקוצר

להלן שלוש נוסחאות כפל מקוצר הנגזרות מתוך חוק הפילוג.

### נוסחת הכפל המקוצר הראשונה

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

הוכחה:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

דוגמה:

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

### נוסחת הכפל המקוצר השנייה

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

הוכחה:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

דוגמה:

$$(7 - x)^2 = 49 - 14x + x^2$$

### נוסחת הכפל המקוצר השלישייה

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

הוכחה:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

דוגמה:

$$(m - 3)(m + 3) = m^2 - 9$$

## תרגול

1)  $(x + 3)^2 =$

2)  $(x - 3)^2 =$

3)  $(x + 8)^2 =$

4)  $(x + 5)(x - 5) =$

5)  $(a + 6)^2 =$

6)  $(z + 4)^2 =$

- 7)  $(a - 7)^2 =$       8)  $(x + 1)(x - 1) =$
- 9)  $(8 + y)(8 - y) =$       10)  $(x + 9)(9 - x) =$
- 11)  $(c - 12)^2 =$       12)  $(x - 11)^2 =$
- 13)  $(x + 14)(14 - x) =$       14)  $(3 - 2x)(2x + 3) =$
- 15)  $(2x - 5)^2 =$       16)  $(4x + 3)^2 =$
- 17)  $(8a - 1)^2 =$       18)  $(8 - 7x)(7x + 8) =$
- 19)  $(6 - 5x)(5x + 6) =$       20)  $(5x + 7)^2 =$

**מפתח תשובות**

<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>תרגיל</b>
$x^2 + 16x + 64$	$x^2 - 6x + 9$	$x^2 + 6x + 9$	<b>תשובה</b>
<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>תרגיל</b>
$z^2 + 8z + 16$	$a^2 + 12a + 36$	$x^2 - 25$	<b>תשובה</b>
<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>תרגיל</b>
$64 - y^2$	$x^2 - 1$	$a^2 - 14a + 49$	<b>תשובה</b>
<b>12</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>תרגיל</b>
$x^2 - 22x + 121$	$c^2 - 24c + 144$	$81 - x^2$	<b>תשובה</b>
<b>15</b>	<b>14</b>	<b>13</b>	<b>תרגיל</b>
$4x^2 - 20x + 25$	$9 - 4x^2$	$196 - x^2$	<b>תשובה</b>
<b>18</b>	<b>17</b>	<b>16</b>	<b>תרגיל</b>
$64 - 49x^2$	$64a^2 - 16a + 1$	$16x^2 + 24x + 9$	<b>תשובה</b>
	<b>20</b>	<b>19</b>	<b>תרגיל</b>
	$25x^2 + 70x + 49$	$36 - 25x^2$	<b>תשובה</b>

## פירוק לגורמים ע"י שלוש נוסחאות הכפל המקוצר

בתת הנושא הקודם למדנו כיצד להשתמש בנוסחאות הכפל המקוצר בכדי לפתח סוגרים במהירות. בתת נושא זה עוסוק בפעולה ההפוכה.

### נוסחת הכפל המקוצר הראשונה

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

דוגמה:

פרק לגורמים את הביטוי הבא:  $x^2 + 16x + 64$

נזהה שהביטוי יכול להתאים לנוסחת הכפל המקוצר הראשונה. נמצא את  $a$  ואת  $b$ .

$x = a$  ו-  $8 = b$ .icut נבדוק האם  $x^2 + 16x + 64$  שווה ל- $(a + b)^2$ . אם כן, יוכל להשתמש בנוסחה זו.

$$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2 \text{ , שכן: } 2 \cdot x \cdot 8 = 16x$$

### נוסחת הכפל המקוצר השנייה

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

דוגמה:

פרק לגורמים את הביטוי הבא:  $4x^2 - 28x + 49$

נזהה שהביטוי יכול להתאים לנוסחת הכפל המקוצר השנייה. נמצא את  $a$  ואת  $b$ .

$2x = a$  ו-  $7 = b$ .icut נבדוק האם  $4x^2 - 28x + 49$  שווה ל- $(a - b)^2$ . אם כן, יוכל להשתמש בנוסחה

$$4x^2 - 28x + 49 = (2x - 7)^2 \text{ , שכן: } 2 \cdot 2x \cdot 7 = 28x$$

### נוסחת הכפל המקוצר השלישייה

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

דוגמה:

פרק לגורמים את הביטוי הבא:  $x^2 - 81$

נזהה שהביטוי מתאים לנוסחת הכפל המקוצר השלישייה. נמצא את  $a$  ואת  $b$ .

$$x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9) \text{ . מכאן התשובה היא: } (9 - x)(x + 9)$$

**תרגול**

- 1)  $x^2 + 2x + 1 =$       2)  $x^2 + 6x + 9 =$   
 3)  $x^2 - 10x + 25 =$       4)  $x^2 - 16 =$   
 5)  $x^2 - 14x + 49 =$       6)  $x^2 + 20x + 100 =$   
 7)  $x^2 - 4 =$       8)  $x^2 - 16x + 64 =$   
 9)  $x^2 + 12x + 36 =$       10)  $x^2 + 22x + 121 =$   
 11)  $4x^2 - 4 =$       12)  $25x^2 - 40x + 16 =$   
 13)  $9x^2 + 48x + 64 =$       14)  $16x^2 - 25 =$   
 15)  $81x^2 - 81 =$       16)  $4x^2 - 12x + 9 =$   
 17)  $36x^2 - 16 =$       18)  $49x^2 + 70x + 25 =$   
 19)  $64x^2 - 16x + 1 =$       20)  $144x^2 - 72x + 9 =$

**מפתח תשובות**

3	2	1	תרגיל
$(x - 5)^2$	$(x + 3)^2$	$(x + 1)^2$	תשובה
<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	תרגיל
$(x + 10)^2$	$(x - 7)^2$	$(x + 4)(x - 4)$	תשובה
<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	תרגיל
$(x + 6)^2$	$(x - 8)^2$	$(x + 2)(x - 2)$	תשובה
<b>12</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	תרגיל
$(5x - 4)^2$	$(2x + 2)(2x - 2)$	$(x + 11)^2$	תשובה
<b>15</b>	<b>14</b>	<b>13</b>	תרגיל
$(9x + 9)(9x - 9)$	$(4x + 5)(4x - 5)$	$(3x + 8)^2$	תשובה
<b>18</b>	<b>17</b>	<b>16</b>	תרגיל
$(7x + 5)^2$	$(6x + 4)(6x - 4)$	$(2x - 3)^2$	תשובה
	<b>20</b>	<b>19</b>	תרגיל
	$(12x - 3)^2$	$(8x - 1)^2$	תשובה

