

נוסחות הכפל המקוצר

נושחה ראשונה

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

זה בעצם: $(a+b)(a+b)$. נפתח את הסוגריים ונכפול את האיברים:

$$(a + b)(a + b) = (a \cdot a) + (a \cdot b) + (b \cdot a) + (b \cdot b)$$

אם נכנס איברים בביטוי שקיבלו, נקבל:

$$a^2 + b^2 + 2ab$$

דוגמאות:

$$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 16 + 24x$$

$$(6+5x)^2 = 36 + 25x^2 + 60x$$

באותה דרך ניתן גם לכטס ביטוי לסוגרים. לעומת זאת הפעולה ההיפוכה. כאשר נתונה שלישיות מחוברים ולושווים מתוכם יש שורש שלם, ישנה אופציה שזו הנוסחה הראשונה.

$$9x^2 + 4 + 12x = (3x + 2)^2$$

$$16 + 49x^2 + 56x = (4 + 7x)^2$$

דוגמאות:

יחידה 1:

1. $(x + 5)^2 =$
 2. $(4x + 1)^2 =$
 3. $(2x + 3y)^2 =$
 4. $36 + x^2 + 12x =$
 5. $4x^2 + 64 + 32x =$
 6. $9 + 16x^2 + 24x =$

יחידה 2:

1. $(x + 4)^2 =$

2. $(m + n)^2 =$

3. $(y + 7)^2 =$

4. $(5x + 3)^2 =$

5. $(6x + 4)^2 =$

6. $(2x + 4y)^2 =$

7. $(3n + y)^2 =$

8. $a^2 + 16 + 8a =$

9. $49 + 28a + 4a^2 =$

10. $9a^2 + 48a + 64 =$

11. $25x^2 + 60x + 36 =$

12. $121 + 22x + x^2 =$

13. $9b^2 + 6ab + a^2 =$

14. $16x^2 + 9y^2 + 24xy =$

15. $49x^6 + 70x^3y + 25y^2 =$

תשובות נוסחה ראשונה

יחידה 2:

יחידה 1:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	
	$(7 + 2a)^2$.9	$x^2 + 16 + 8x$.1
	$(3a + 8)^2$.10	$M^2 + n^2 + 2Mn$.2
	$(5x + 6)^2$.11	$y^2 + 49 + 14y$.3
	$(11 + x)^2$.12	$25x^2 + 9 + 30x$.4
	$(3b + a)^2$.13	$36x^2 + 16 + 48x$.5
	$(4x + 3y)^2$.14	$4x^2 + 16y^2 + 16xy$.6
	$(7x^3 + 5y)^2$.15	$9n^2 + y^2 + 6ny$.7
			$(a + 4)^2$.8

שאלה	תשובה
	$x^2 + 25 + 10x$
	$16x^2 + 1 + 8x$
	$4x^2 + 9y^2 + 12xy$
	$(6 + x)^2$
	$(2x + 8)^2$
	$(3 + 4x)^2$

נוסחה שנייה

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

זה בעצם: $(a - b)(a - b) = a^2 + b^2 - 2ab$. נפתח את הסוגרים וככפול את האיברים:

$$(a - b)(a - b) = (a \cdot a) + (a \cdot -b) + (-b \cdot a) + (-b \cdot -b)$$

אם נכנס איברים בביטוי שקיבלו נקבל:

$$a^2 + b^2 - 2ab$$

דוגמאות:

$$(x - 3)^2 = x^2 + 9 - 6x$$

$$(2x - 5)^2 = 4x^2 + 25 - 20x$$

$$(4 - 3x)^2 = 16 + 9x^2 - 24x$$

באותה דרך ניתן גם לכטס ביטוי לסוגרים. כמובן, לבצע את הפעולה הפוכה. כאשר נתונה שלישית מוחוברים שלושניים מתוכם יש שורש שלם והשלישי בסימן שלילי, ניתן שניתן למצמצם אותו לנוסחה השנייה.

$$x^2 + 9 - 6x = (x - 3)^2$$

$$16x^2 + 4 - 16x = (4x - 2)^2$$

$$4x^2 + 36 - 24x = (2x - 6)^2$$

דוגמאות:

חידה 1:

1. $(x - 7)^2 =$

2. $(3x - 1)^2 =$

3. $(5x - 4)^2 =$

4. $a^2 + 25 - 10a =$

5. $9y^2 + 16 - 24y =$

6. $64 + 4M^2 - 32M =$

חידה 2:

1. $(x - 9)^2 =$
2. $(x - 12)^2 =$
3. $(2x - 5)^2 =$
4. $(6 - 3x)^2 =$
5. $(4 - 5x)^2 =$
6. $(3x - 4y)^2 =$
7. $(8x - 5y)^2 =$
8. $M^2 + 16 - 8M =$
9. $81 + b^2 - 18b =$
10. $x^2 - 12x + 36 =$
11. $x^2 - 2x + 1 =$
12. $1 - 4a + 4a^2 =$
13. $-6x + 1 + 9x^2 =$
14. $4x^2 - 20x + 25 =$
15. $9x^2 - 30xy + 25y^2 =$

תשובות נוסחה שנייה**חידה 2:****חידה 1:**

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
$(9 - b)^2$.9	$x^2 + 81 - 18x$.1
$(x - 6)^2$.10	$x^2 + 144 - 24x$.2
$(x - 1)^2$.11	$4x^2 + 25 - 20x$.3
$(1 - 2a)^2$.12	$36 + 9x^2 - 36x$.4
$(1 - 3x)^2$.13	$16 + 25x^2 - 40x$.5
$(2x - 5)^2$.14	$9x^2 + 16y^2 - 24xy$.6
$(3x - 5y)^2$.15	$64x^2 + 25y^2 - 80xy$.7
		$(M - 4)^2$.8

שאלה	תשובה
$x^2 + 49 - 14x$.1
$9x^2 + 1 - 6x$.2
$25x^2 + 16 - 40x$.3
$(a - 5)^2$.4
$(3y - 4)^2$.5
$(8 - 2M)^2$.6

נוסחה שלישיית

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

נפתח את הסוגרים של הביטוי ונצמצם :

$$(a + b)(a - b) = (a \cdot a) + (a \cdot -b) + (b \cdot a) + (b \cdot -b) = a^2 - \cancel{ba} + \cancel{ba} - b^2 = a^2 - b^2$$

מכפלת המספרים מותקזות

דוגמאות :

$$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$$

$$(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 4$$

$$(6x - 7)(6x + 7) = 36x^2 - 49$$

גם בנוסחה זו נשתמש פעמים רבות בצורה ההפוכה של כינוס איברים. כאשר נתונים שני מחוברים שהאחד חיובי והשני שלילי ולשניהם שורש שלם, ניתן לפרק אותם לנוסחה השלישייה.

$$25 - x^2 = (5 - x)(5 + x)$$

↓ ↘
 האיבר ה-2 בריבוע
 בריבוע האיבר ה-1

דוגמאות :

$$9x^2 - 64 = (3x - 8)(3x + 8)$$

$$16x^2 - 49 = (4x + 7)(4x - 7)$$

$$-81 + 4x^2 = 4x^2 - 81 = (2x - 9)(2x + 9)$$

חידה 1

1. $(x - 9)(x + 9) =$

2. $(b - 3)(b + 3) =$

3. $(2a - 5)(2a + 5) =$

4. $100 - y^2 =$

5. $4a^2 - 36 =$

6. $49 - 9x^2 =$

חידה 2:

1. $(4 - a)(4 + a) =$
2. $(6 - a)(6 + a) =$
3. $(2x - 1)(2x + 1) =$
4. $(8 - 5a)(8 + 5a) =$
5. $(11 + 4a)(11 - 4a) =$
6. $(3a - 2b)(3a + 2b) =$
7. $(x - 4a)(x + 4a) =$
8. $x^2 - 16 =$
9. $x^2 - 1 =$
10. $4x^2 - 36 =$
11. $-25 + 16M^2 =$
12. $9a^2 - 25b^2 =$
13. $-100 + x^2y^2 =$
14. $25x^2 - 9y^6 =$
15. $-49x^2 + x^6y^2 =$

תשובות נוסחה שלישית:**חידה 2:****חידה 1:**

תשובה	שאלה	תשובה	שאלה
$(x + 1)(x - 1)$.9	$16 - a^2$.1
$(2x + 6)(2x - 6)$.10	$36 - a^2$.2
$(4M + 5)(4M - 5)$.11	$4x^2 - 1$.3
$(3a + 5b)(3a - 5b)$.12	$64 - 25a^2$.4
$(xy + 10)(xy - 10)$.13	$121 - 16a^2$.5
$(5x + 3y^3)(5x - 3y^3)$.14	$9a^2 - 4b^2$.6
$(x^3y + 7x)(x^3y - 7x)$.15	$x^2 - 16a^2$.7
		$(x + 4)(x - 4)$.8

תשובה	שאלה
$x^2 - 81$.1
$b^2 - 9$.2
$4a^2 - 25$.3
$(10 + y)(10 - y)$.4
$(2a + 6)(2a - 6)$.5
$(7 + 3x)(7 - 3x)$.6

1. $(x + 7)(x - 7) =$

2. $x^2 - 2x + 1 =$

3. $(a + 8)^2 =$

4. $a^2 + 8a + 16 =$

5. $(y - 9)^2 =$

6. $36x^2 - 49 =$

7. $(4a + 1)^2 =$

8. $y^2 - 144x^2 =$

9. $(b - 2)(b + 2) =$

10. $9x^2 + 24x + 16 =$

11. $(2 - 5a)^2 =$

12. $(5x + 7)^2 =$

13. $(5x + 3y)^2 =$

14. $4x^2 + 24x + 36 =$

15. $(6x - y)^2 =$

16. $(10a + 2b)^2 =$

17. $(2x + 5b)(2x - 5b) =$

18. $4x^2 - a^4 =$

19. $(11b - 3a)^2 =$

20. $25x^2 - 70x + 49 =$

21. $(6x^2y^4 + 5b)(6x^2y^4 - 5b) =$

22. $(4x^2 - 5y^3)^2 =$

23. $2x^2 - 28x + 98 =$

24. $(7a + 10b^2x)^2$

25. $(xa + 6b)(xa - 6b) =$

26. $3x^2 + 30x + 75 =$

27. $6(x - 1)^2 =$

28. $-3(3x - 2)^2 =$

29. $(2x + 6)^2 - (2x - 6)^2 =$

30. $a^4 - 20a^3 + 100a^2 =$

תשובות תרגול מסכם

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	
.21	$36x^4y^8 - 25b^2$.21	$4 + 25a^2 - 20a$.11	$x^2 - 49$.1
.22	$16x^4 + 25y^6 - 40x^2y^3$.22	$25x^2 + 49 + 70x$.12	$(x - 1)^2$.2
.23	$2(x - 7)^2$.23	$25x^2 + 9y^2 + 30xy$.13	$a^2 + 64 + 16a$.3
.24	$49a^2 + 100b^4x^2 + 140xab^2$.24	$(2x + 6)^2$.14	$(a + 4)^2$.4
.25	$x^2a^2 - 36b^2$.25	$36x^2 + y^2 - 12xy$.15	$y^2 + 81 - 18y$.5
.26	$3(x + 5)^2$.26	$100a^2 + 4b^2 + 40ab$.16	$(6x + 7)(6x - 7)$.6
.27	$6x^2 + 6 - 12x$.27	$4x^2 - 25b^2$.17	$16a^2 + 1 + 8a$.7
.28	$-27x^2 - 12 + 36x$.28	$(2x + a^2)(2x - a^2)$.18	$(y + 12x)(y - 12x)$.8
.29	$48x$.29	$121b^2 + 9a^2 - 66ab$.19	$b^2 - 4$.9
.30	$(a^2 - 10a)^2$.30	$(5x - 7)^2$.20	$(3x + 4)^2$.10

$$1. \quad (x+7)(x-7) = x^2 - 49$$

$$2. \quad x^2 - 2x + 1 = x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 = (x-1)^2$$

$$3. \quad (a+8)^2 = a^2 + 64 + 16a$$

$$4. \quad a^2 + 8a + 16 = a^2 + 2 \cdot 4 \cdot a + 4^2 = (a+4)^2$$

$$5. \quad (y-9)^2 = y^2 + 81 - 18y$$

$$6. \quad 36x^2 - 49 = (6x+7)(6x-7)$$

$$7. \quad (4a+1)^2 = 16a^2 + 1 + 8a$$

$$8. \quad y^2 - 144x^2 = (y+12x)(y-12x)$$

$$9. \quad (b-2)(b+2) = b^2 - 4$$

$$10. \quad 9x^2 + 24x + 16 = (3x)^2 + 2 \cdot 4 \cdot 3x + 4^2 = (3x+4)^2$$

$$11. \quad (2-5a)^2 = 4 + 25a^2 - 20a$$

$$12. \quad (5x+7)^2 = 25x^2 + 49 + 70x$$

$$13. \quad (5x+3y)^2 = 25x^2 + 9y^2 + 30xy$$

$$14. \quad 4x^2 + 24x + 36 = (2x)^2 + 2 \cdot 6 \cdot 2x + 6^2 = (2x+6)^2$$

$$15. \quad (6x-y)^2 = 36x^2 + y^2 - 12xy$$

$$16. \quad (10a+2b)^2 = 100a^2 + 4b^2 + 40ab$$

$$17. \quad (2x+5b)(2x-5b) = 4x^2 - 25b^2$$

$$18. \quad 4x^2 - a^4 = (2x+a^2)(2x-a^2)$$

$$19. \quad (11b-3a)^2 = 121b^2 + 9a^2 - 66ab$$

$$20. \quad 25x^2 - 70x + 49 = (5x)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5x + 7^2 = (5x-7)^2$$

$$21. \quad (6x^2y^4 + 5b)(6x^2y^4 - 5b) = 36x^4y^8 - 25b^2$$

$$22. \quad (4x^2 - 5y^3)^2 = 16x^4 + 25y^6 - 40x^2y^3$$

$$23. \quad 2x^2 - 28x + 98 = 2(x^2 - 14x + 49) = 2(x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2) = 2(x - 7)^2$$

$$24. \quad (7a + 10b^2x)^2 = 49a^2 + 100b^4x^2 + 140ab^2x$$

$$25. \quad (xa + 6b)(xa - 6b) = x^2a^2 - 36b^2$$

$$26. \quad 3x^2 + 30x + 75 = 3(x^2 + 10x + 25) = 3(x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2) = 3(x + 5)^2$$

$$27. \quad 6(x - 1)^2 = 6(x^2 + 1 - 2x) = 6x^2 + 6 - 12x$$

$$28. \quad -3(3x - 2)^2 = -3(9x^2 + 4 - 12x) = -27x^2 - 12 + 36x$$

$$29. \quad (2x + 6)^2 - (2x - 6)^2 = (4x^2 + 36 + 24x) - (4x^2 + 36 - 24x) = 48x$$

$$30. \quad a^4 - 20a^3 + 100a^2 = (a^2)^2 - 2 \cdot 10a \cdot a^2 + (10a)^2 = (a^2 - 10a)^2$$