

מדינת ישראל
משרד החינוך

בגינות לבתי ספר על-יסודיים
תש"ע, מועד ב
035806
דפי נוסחאות ל-4 ול-5 ייחדות לימוד
מספר השאלה:
נשפה:

מתמטיקה
5 ייחדות לימוד – שאלון ראשון
תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 ייחדות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבדיקה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ופתח ההערכה: שאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות $16 \frac{2}{3} \times 2 = 33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – גאומטריה וטוריוגונומטריה $33 \frac{1}{3} - 16 \frac{2}{3} \times 2 = 33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegraliy $33 \frac{1}{3} - 16 \frac{2}{3} \times 2 = 100$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר נוספת בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון הנitin לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבדיקה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתק את השאלה; סמן את מספра בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעורף מחשבון.
הסביר את כל פעולהך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חווסף פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבדיקה.
(3) לטיווח יש להשתמש במחברת הבדיקה או בדף שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיווח אחרית עלול לגרום לפסילת הבדיקה.

הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות לנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך לדף/

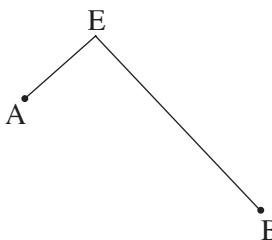
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B.
במסלול שבין שתי הערים יש תחילת עלייה
ואחר כך ירידה (ראה ציור).
מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב- 10 קמ"ש
מהירותו בעלייה.
הרכוב עבר את הדרך מ- A ל- B ב- 4.5 שעות, ואת הדרך מ- B ל- A עבר ב- 6 שעות.
מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ- A ל- B שווה למהירות הרוכב בעלייה
שבדרך מ- B ל- A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות.
אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.
א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.
ב. מצא את אורך המסלול מ- E ל- B.

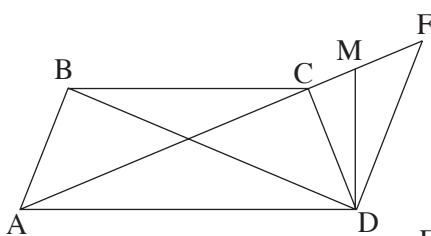
2. a_n ו- a_k הם שני איברים בסדרה חשבונית במקומות ה- n ו- k בהתאם.
הפרש הסדרה הוא d , והאיבר הראשון בסדרה הוא $a_1 = md$,
 m – מספר טבעי, $\neq d$.
א. (1) הראה כי מתקיים $a_n + a_k = a_1 + d(n+k-m-2)$
(2) הבן באמצעות n , k ו- m את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של
שני האיברים a_n ו- a_k .
ב. (1) הבן באמצעות n , a_1 ו- m את הסכום $a_{34} + a_{65}$.
(2) נתון: $a_{34} + a_{65} = a_{109}$,
סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.
מצא את d ואת a_1 .
- /המשך בעמוד 3/

3. ברשותנו שתי קובייות משחק הנראות זהות. קובייה אחת מאוזנת והאחרת לא-מאוזנת. בהטלת הקובייה המאוזנת ההסתברות לקבל אחד מהמספרים הרשומים על פאות הקובייה היא אותה הסתברות עבור כל אחד מהמספרים.
- בהתלט הקובייה הלא-מאוזנת ההסתברות לקבל את המספר ש היא $\frac{1}{3}$.
- א. (1) זורקים 3 פעמים את הקובייה המאוזנת.
מהי ההסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר שש?
- (2) זורקים 3 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.
מהי ההסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר שש?
- ב. בוחרים באקראי אחת משתי הקובייות, וזורקים 3 פעמים את הקובייה שבוחרים.
- (1) מהי ההסתברות לקבל בדיק 2 פעמים את המספר שש?
ידעו כי המספר שש התקבל בדיק 2 פעמים.
מהי ההסתברות שנבחנה הקובייה הלא-מאוזנת?
- ג. זורקים 2 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.
הבע באמצעות x את ההסתברות לקבל לפחות פעם אחת את המספר שש.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



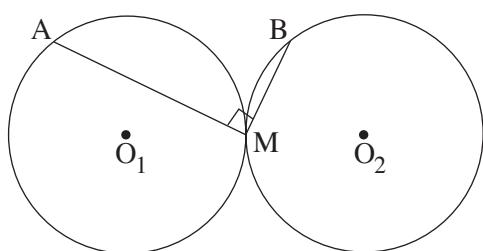
4. נתון טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ ($BC \parallel AD$)
דרך הבדיקה D העבירו אנך ל- AD
ויישר המקביל לשוק AB .
האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M ,
והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F (ראה ציור).

נסמן: $\angle CAD = \beta$, $\angle BAC = \alpha$

א. הוכח כי $\triangle ABC \sim \triangle FDA$.

ב. הוכח כי $\angle CDM = \angle MDF$

ג. הוכח כי $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$



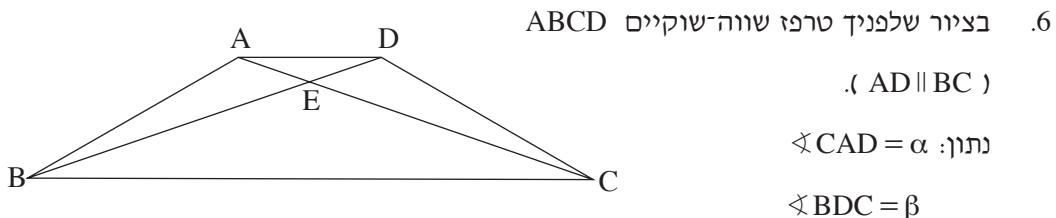
5. שני מעגלים, שיש להם אותו רדיוס R ,
משיקים זה לזה בנקודה M .
מעבירים מיתר MB במעגל
שמרכזו O_2 ,
ומיתר MA במעגל שמרכזו O_1
כך ש- $\angle AMB = 90^\circ$ (ראה ציור).

א. (1) נמק מדוע $\angle O_1MO_2 = 180^\circ$.

(2) הוכח כי $AO_1 \parallel BO_2$.

ב. במשולש AMB העבירו תיכון לצלע AB .

הבע באמצעות R את אורך התיכון. נמק.



6. בציור שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD

$$(AD \parallel BC)$$

$$\angle CAD = \alpha$$

$$\angle BDC = \beta$$

א. הוכח כייחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC

$$\cdot \frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2 \beta} \text{ הוא}$$

$$\cdot \sqrt{\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle BEC}}} = \frac{1}{4}, \quad \alpha = 30^\circ \quad \text{נתון גמ:}$$

מצא את β .

פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegralי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציניות ושל פונקציות טריגונומטריות (33 נקודות)

ענה על שתים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משותי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

$$7. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}.$$

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

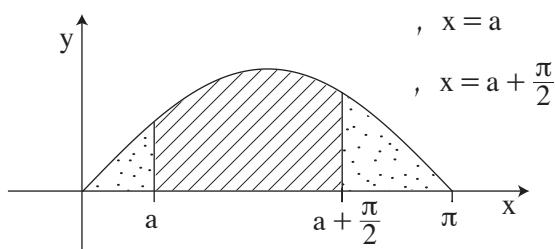
(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $(x)f'$ המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $(x)f'$. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x$ בתוחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).



מיעברים שני ישרים שמשווותיהם:

$$x = a \quad , \quad x = a + \frac{\pi}{2}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2}$$

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי שני

הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל ידי ציר ה- x (השטח המוקוקו בציור).

S_2 הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- x (סכום השטחים המנוקדים בציור).

$$\text{מצא עבור איזה ערך של } a \text{ היחס } \frac{S_1}{S_2} \text{ הוא מקסימלי.}$$

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. על סמך סעיפים א ו- ב סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה
יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת.

ד. נתון כי הישר $y = -kx + 8k$, $k > 0$, אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר מחלק את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 8$, לשני שטחים שווים.

מצא את הערך של k .

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך