

מדינת ישראל
משרד החינוך

בגינות לבתי ספר על-יסודיים
קיץ תש"ע, 2010
מספר השאלה: 035806
דף נוסחאות ל-4 ול-5 ייחידות לימוד
מספר:

מתמטיקה
5 ייחידות לימוד – שאלון ראשון
תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 ייחידות לימוד)

הוראות לנבחן

א. משך הבדיקה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלה ופתח ההערכה: שאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות $16 \frac{2}{3} \times 2 = 33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – גאומטריה וטוריוגנומטריה $33 \frac{1}{3} - 16 \frac{2}{3} \times 2 = 33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שלישי – חישוב דיפרנציאלי וaintegraliy $33 \frac{1}{3} - 16 \frac{2}{3} \times 2 = 100$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכונות במחשבון הנitin לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכונות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבדיקה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתק את השאלה; סמן את מספра בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעורף מחשבון.
הסביר את כל פעולהך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חווסף פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבדיקה.
(3) לטיווח יש להשתמש במחברת הבדיקה או בדף שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיווח אחרית עלול לגרום לפסילת הבדיקה.

הנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות לנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך לדף/

ה שאלות

שים לב! הסבר את בל פעולותין, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בזכין או לפסילת הבדיקה.

פרק ראשון – אלגברת והסתברות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלבי שאלה, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

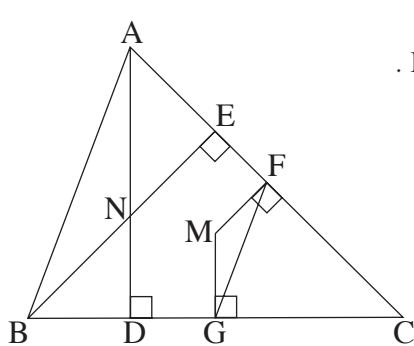
1. רוכב אופניים אחד יצא ממוקם A אל מקום B, ובאותה שעה בדיקות יצא רוכב אופניים אחר ממוקם B אל מקום A. (המהירות של רוכבי האופניים אינן משתנות).
כעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים.
הזמן, שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ- A לעبور את הדרכ שבין A ל- B, גדול ב- 108 דקות מהזמן שנדרש לרוכב האופניים שיצא מ- B לעبور דרך זו.
א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ- B לבין המהירות של רוכב האופניים שיצא מ- A.
ב. מצא כמה שעות עבר כל אחד מרכיבי האופניים את הדרכ שבין A ל- B.
2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה הוא a_1 (שונה מאפס), והפרש הסדרה הוא d .
בונים סדרה חדשה שוגם בה n איברים. האיבר הראשון בסדרה החדשה גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה הנתונה, והפרש הסדרה החדשה גם הוא d .
סכום הסדרה החדשה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
א. בטא את a_1 באמצעות d ו- n .
ב. אם מגדילים את הפרש הסדרה הנתונה ב- 3 (בלתי לשנות את a_1 ואת n), מקבלים סדרה חשבונית שסכוםה גדול פי 2 מסכום הסדרה הנתונה.
הראה כי הפרש הסדרה הנתונה הוא 2.

- .3. באחד הדוכנים בלונה פארק אפשר לששתתף במשחק שבו מסובבים שני גלגים, A ו- B. כל גלגל מחולק ל- 20 גזרות שוות (לכל אחת מהגזרות יש אותה הסתברות שהגלגל ייעזר עלייה, והגלגל אינו נעצר בגבול שבין הגזרות).
- בגלגל A יש 2 גזרות אדומות והשאר שחומות.
- בגלגל B יש 4 גזרות אדומות והשאר שחומות.
- טור אחד במשחק מורכב משני שלבים:
- שלב הראשון** – משתתף במשחק מסובב את הגלגל A.
- שלב השני** – אם הגלגל A נעצר על גורה אדומה בשלב הראשון, המשתתף מסובב שוב הגלגל B . אם הגלגל A נעצר על גורה שחורה בשלב הראשון, המסתתר מסובב שוב את הגלגל A .
- א. ידוע שבטור אחד בשלב הראשון נעצר הגלגל A על גורה אדומה. מהי ההסתברות שבטור זה התקבלה בשלב השני גורה שחורה?
- ב. (1) מהי ההסתברות שבטור אחד התקבל לפחות גורה אדומה אחת?
- (2) אם ידוע כי בתור אחד הייתה לפחות אחת מהגזרות אדומה, מהי ההסתברות שבטור זה התקבלה רק גורה אדומה אחת?
- ג. משתתף משחק 7 תורות. הביע באמצעות Ω את ההסתברות שלא התקבל כלל גורה אדומה.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – 2 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלש שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- .4. נתון משולש ABC חד-זווית. BE הוא גובה לצלע AC, ו- AD הוא גובה לצלע BC. הגבאים נפגשים בנקודה N. FM הוא אכן אמצעי לצלע AC, ו- GM הוא אכן אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

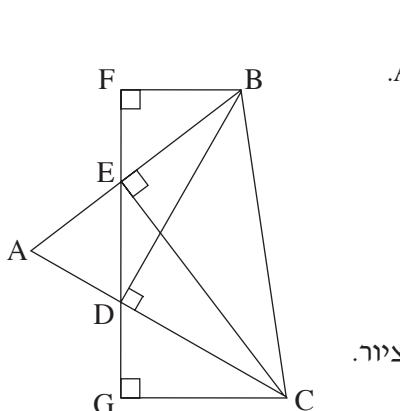
א. הוכיח :

$$\angle BAC = \angle GFC \quad (1)$$

$$\angle ABN = \angle MFG \quad (2)$$

$$\triangle ANB \sim \triangle GMF \quad (3)$$

ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.



- .5. נתון משולש חד-זווית ABC.

CE הוא גובה לצלע BA, ו- BD הוא גובה לצלע AC.

א. הוכיח :

(1) המשולש DBC חסום במעגל

החותם את המשולש EBC.

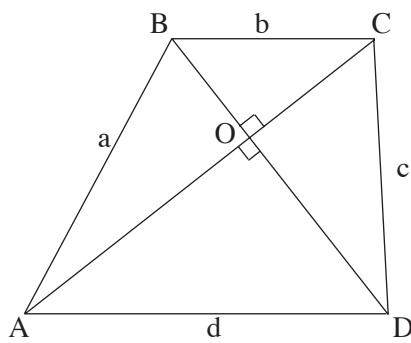
$$\angle DBC = \angle DEC \quad (2)$$

ו- CG מאונכים להמשכי הקטע ED, כמתואר בציור.

הוכיח :

$$\triangle DCB \sim \triangle FEB \quad .$$

$$\triangle DGC \sim \triangle BEC \quad .$$



6. בטרפז $(AD \parallel BC) ABCD$

נתון: $BC = b$, $AB = a$, $AC \perp BD$

. $d > b$ $(AD = d$, $CD = c$)

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O (ראה ציור).

. $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$

א. הוכח כי מعتبرים ישר המקביל לשוק CD .

ב. דרך קודקוד B מעבירים ישר המקביל

. לשוק CD .

הישר חותך את הבסיס AD בנקודה M.

נתון: $\cos \alpha = \frac{bd}{ac}$. הוכח כי $\angle ABM = \alpha$

. הבע באמצעות α , b ו- d :

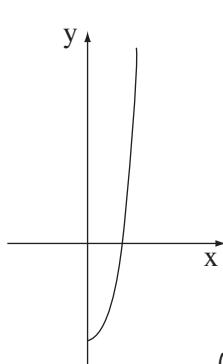
. (1) את שטח המשולש ABM

. (2) את שטח הטרפז $ABCD$

**פרק שלישי – חישובו דיפרנציאלי וaintגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רצינליות
ושל פונקציות טריגונומטריות ($\frac{1}{3}$ נקודות)**

ענה על **שתיים** מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, יבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 8}{x + 2}$. $x \neq -2$,

א. בציור מוצגת סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$ עבור $x \geq 0$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 1$.

מצאת השטח המוגבל על ידי הגраф של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y עבור $x \geq 0$.

ב. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)

עבור כל תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה עבור כל תחום ההגדרה שלה.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$

סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $g(x)$.

. $-\pi \leq x \leq \pi$. $f(x) = 2 - \cos x - \sin^2 x$ בתחום

עבור התחומים הנתונים ענה על הסעיפים א-ד.

א. מצא את נקודות החיתוך של גраф הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (1) סרטט סקיצה של גраф הפונקציה $f(x)$.

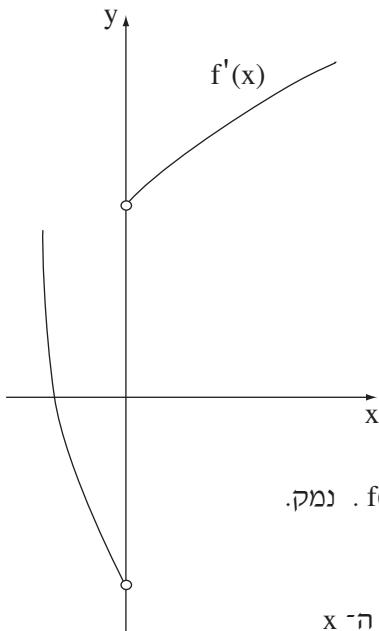
(2) סרטט סקיצה של גраф פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(x) גזירה גם בקצות התחום הנתון).

ד. נתון כי גраф הפונקציה $g(x) = a - \cos x - \sin^2 x$ משיק לציר ה- x בתחום

הנתון בנקודה אחת בלבד.

מהו הערך של a ? נמק.



9. (x) היא פונקציית הנגזרת של $f(x)$.

בציוור מוצג הגרף של $f'(x)$.

(x) היא פונקציה רציפה המוגדרת בתחום $x \geq -4$.

נתון: $f'(x) = \frac{6x^2 + 16x}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטה האנכית של $f'(x)$.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ה. נתון: $-2\frac{2}{3} < a < 0$, $f(a) = 4\sqrt{3}$.

השתח, המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = a$, הוא $\frac{28\sqrt{3}}{9}$.

מצא את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

אין צורך למצוא את $f(x)$, ואין צורך למצוא את a .

בתשובהך תוכל להשאיר $\sqrt{3}$ או לדיק Ud שתיק ספורות אחרי הנקודה העשרונית.

בצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך